

Contribution To Introducing The Effect Of Fibers And Fracture Properties On Eurocode Formula To Determine The Deflection Of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams

Dr. Bassam HWAIJA*

Dr. Neman ISSA**

Mirna SBHI***

(Received 8 /4 / 2024. Accepted 17 /9 / 2024)

□ ABSTRACT □

Concrete is a brittle material with low tensile strength, steel fibers are used to enhance its response. Steel fiber reinforced concrete exhibits improved ductility, rigidity, tensile strength and cracking resistance compared with normal concrete. In the post-cracking stage, the effect of fibers appears by bridging cracks and its role in transfer stress across these cracks. In this paper, a theoretical analysis is conducted on steel fiber reinforced concrete beams to determine the height of compression zone by taking the effect of fibers and fracture properties (residual tensile stress) into account, without the need to conduct any experimental study to know the post cracking behavior of SFRC, and use it to determine the deflections of steel fiber reinforced concrete beams depending on Eurocode formula. And then the results of this study (curves load – midspan deflection) are compared with many published experimental studies which give a good agreement, and enhance the deflections by (9%-25.2%) compared with values determined in accordance with EC2 (without fibers and fracture properties).

Keywords: RC beams, steel fiber, deflections, fracture properties

Copyright



:Tishreen University journal-Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

*Professor, Department Of Structural Engineering, Tishreen University, Latakia, Syria
**Associate Professor, Department Of Structural Engineering, Tishreen University, Latakia, Syria
***Ph.D. Student, Department Of Structural Engineering, Tishreen University, Latakia, Syria

مساهمة في إدخال تأثير الألياف وخصائص التصدع على علاقة الكود الأوروبي لحساب السهم في الجوائز البيتونية المسلحة الحاوية على ألياف فولاذية SFRC

د. بسام حويجة*

د. نعمان عيسى**

ميرنا صبحي***

(تاريخ الإيداع 8 / 4 / 2024. قُبِلَ للنشر في 17 / 9 / 2024)

□ ملخص □

يعتبر البيتون مادة هشّة منخفضة المقاومة على الشد لذلك تستخدم الألياف الفولاذية لتحسين استجابته من خلال زيادة المطاوعة والصلابة ومقاومة الشد بالإضافة إلى الحد من التشققات مقارنةً بالبيتون العادي. يظهر تأثير الألياف في المرحلة بعد تشقق البيتون من خلال ربط التشققات ودورها في نقل الإجهادات عبر هذه التشققات. في هذا البحث تم إجراء دراسة تحليلية نظرية على جوائز من البيتون المسلح الحاوي على ألياف فولاذية لتحديد ارتفاع منطقة الضغط بإدخال تأثير الألياف وخصائص التصدع (تأثير الإجهادات الشادة المتبقية) دون الحاجة إلى إجراء أي دراسة تجريبية لتحديد سلوك SFRC بعد التشقق، واستخدام هذه العلاقة في حساب السهم لجوائز بيتونية مسلحة حاوية على ألياف فولاذية بالاعتماد على علاقة الكود الأوروبي EC2. بعد ذلك تمت مقارنة نتائج هذه الدراسة (من خلال منحنيات حمولة - سهم وسط المجاز) مع العديد من الدراسات التجريبية المنشورة والتي أعطت نتائج جيدة ومقبولة، حيث حسنت قيم السهم المحسوبة بنسبة تتراوح (25.2%-9%) مقارنة مع السهم المحسوبة بطريقة الكود الأوروبي EC2 دون إدخال تأثير الألياف وميكانيك التصدع.

الكلمات المفتاحية: جوائز بيتونية مسلحة، ألياف فولاذية، السهم، ميكانيك التصدع



حقوق النشر : مجلة جامعة تشرين- سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب الترخيص

CC BY-NC-SA 04

* أستاذ - قسم الهندسة الإنشائية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

** أستاذ مساعد - قسم الهندسة الإنشائية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

*** طالب دراسات عليا (دكتوراه) - قسم الهندسة الإنشائية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

مقدمة:

تستخدم الألياف بمختلف أنواعها (فولاذية، زجاجية، كربونية ..) منذ عدة عقود في العديد من المجالات مثل صناعة الطائرات والسيارات وصناعة البناء بسبب خواصها المناسبة، يتم غالباً استخدام الألياف الفولاذية كبديل للألياف الزجاجية والكربونية لأنها تعالج قلة المطاوعة بالإضافة لزيادة صلابة العنصر (Sabuncuoglu et al,2020).

تعمل هذه الألياف الفولاذية على تحسين الخواص الميكانيكية للبيتون مثل قدرة تحمل الحمولات بعد التشقق وتحسن استجابة امتصاص الطاقة وتستخدم أيضاً في الحد من عرض الشق مع نتائج مفيدة فيما يخص متانة البيتون (Frazao et al,2015)

على الرغم من الازدياد المستمر لاستخدام البيتون الحاوي على ألياف فولاذية SFRC في التطبيقات الإنشائية لايزال استخدامه محدوداً بين المهندسين بسبب عدم وجود كودات البناء العالمية التي تحدد سلوكه بدقة، بمعنى آخر لا بد من إجراء اختبارات تجريبية على العناصر الإنشائية بالإضافة لاختبارات خواص المواد للحصول على السلوك الدقيق ل SFRC والذي بدوره يتأثر بالعديد من البارامترات مثل خواص خلطة البيتون وأبعاد وأشكال الألياف وتوزعها..... ، لكن هذا يكلف الكثير من الوقت والمال (Trindade, 2018).

يعتبر منحنى حمولة - سهم ضرورياً لفهم استجابة الجوائز المدروسة تحت تأثير الحمولات المطبقة، لذلك يجب تحديد السهوم بدقة عالية بحيث تكون أقرب ما يمكن للواقع في حال غياب الدراسة التجريبية. تهمل مساهمة البيتون المشدود عند تقييم مقاومة العناصر البيتونية المسلحة لأن البيتون مادة منخفضة المقاومة على الشد حيث تظهر التشققات تحت تأثير أحمال منخفضة، لذلك كان لا بد من تطوير طرق تحليل دقيقة لإدخال مساهمة البيتون المشدود في نماذج الحساب التحليلية وخصوصاً في البيتون الحاوي على ألياف الذي تزداد فيه مقاومة الشد عن مقاومة الشد في البيتون العادي وهذا يقود لتقييم دقيق للسهوم والتي نحتاج إلى معرفة قساوة العنصر المتشقق بشكل صحيح.

إن الكود MC2010 (fib Model Code 2010) لم يحدد طريقة لحساب السهوم في الجوائز البيتونية المسلحة الحاوية على ألياف، لذلك كان هناك العديد من المساهمات التي أجراها الباحثون لإدخال تأثير الألياف ضمن علاقة الكود الأوروبي لتحديد السهم نذكر منها (Trindade, 2018) و (Domski and Mateuz, 2020)، ولكن ضمن هذه الدراسات ظهرت الحاجة لإجراء دراسة تجريبية لتحديد سلوك SFRC بعد التشقق وذلك للاعتماد عليها بتحديد توزع الإجهادات على المقطع العرضي.

في هذا البحث تم إجراء دراسة تحليلية نظرية لإضافة مساهمة على علاقة الكود الأوروبي لتحديد السهم في الجوائز البيتونية المسلحة الحاوية على ألياف فولاذية من خلال إدخال تأثير هذه الألياف والإجهادات الشادة المتبقية ضمن البيتون المتشقق، أعطت هذه الدراسة نتائج مقبولة وقريبة من الواقع.

أهمية البحث وأهدافه:

تأتي أهمية البحث من خلال إدخال الدور المهم والفعال الذي تلعبه الألياف الفولاذية بالحد من تشكل التشققات وانتشارها وزيادة المقاومة على الشد وذلك عند تصميم المقاطع البيتونية المسلحة، وبالتالي الحصول على مقاطع مدروسة بدقة وبكلفة اقتصادية أقل.

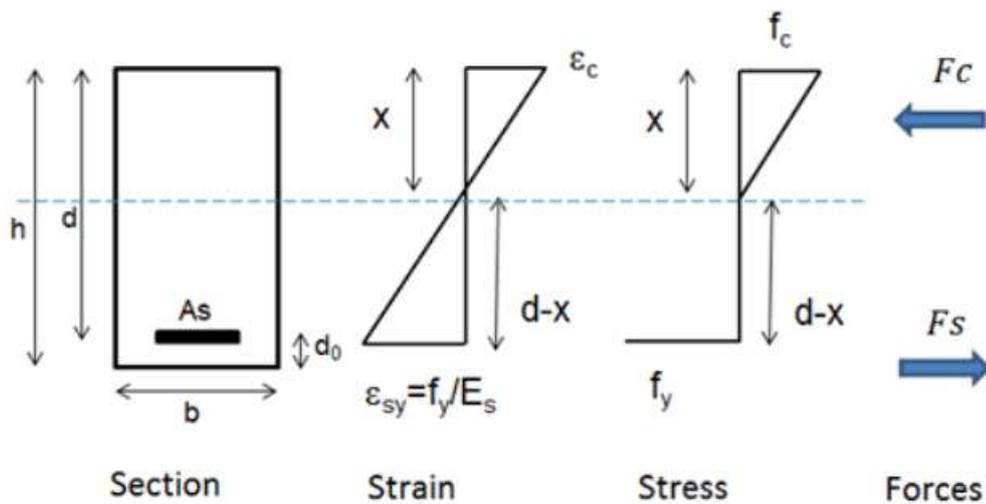
يهدف هذا البحث إلى المساهمة في إدخال تأثير الألياف الفولاذية وخصائص التصدع (الإجهادات الشادة المتبقية) ضمن علاقة الكود الأوروبي لحساب السهم في الجوائز البيتونية المسلحة الحاوية على ألياف فولاذية.

طرائق البحث ومواده:

في هذا البحث تم إجراء دراسة تحليلية نظرية على جازز بيتوني مسلح حاوي على ألياف فولاذية لتحديد ارتفاع منطقة الضغط بدقة عند كل مرحلة تحميل، وذلك من خلال إدخال تأثير الألياف والإجهادات المتبقية ضمن البيتون المتشقق واستخدامه في علاقة الكود الأوروبي لحساب السهم للوصول لنتائج دقيقة وقريبة من الواقع.

4- الدراسة النظرية (Theoretical study):

يعتمد الكود الأوروبي (Eurocode2, 2005) و MC2010 على فرضيات حساب مقاطع البيتون المسلح والتي تنص على أن المقاطع المستوية قبل التحميل تبقى مستوية بعد التحميل بالتالي تبقى العلاقة بين التشوهات خطية على كامل ارتفاع المقطع العرضي المدروس، وأيضاً يتم إهمال كامل الإجهادات ضمن البيتون المشدود (أسفل المحور المحايد)، وتفترض العديد من الأبحاث أنه للتبسيط يمكن اعتماد التوزيع الخطي للإجهادات في منطقة الضغط في بداية التلدن حيث يصل الإجهاد في اللبف الأقصى المضغوط إلى مقاومة المادة على الضغط (محمد وآخرون، 2021) كما هو موضح بالشكل (1).



الشكل (1): العلاقة بين التشوهات والإجهادات في بداية التلدن (محمد وآخرون، 2021)

من خلال توازن القوى في المقطع العرضي يحسب ارتفاع منطقة الضغط من العلاقة (1):

$$x = \frac{A_s \cdot f_y}{0.5 b \cdot f_c} \quad (1)$$

أما عزم عطالة المقطع المتشقق فيحسب من العلاقة (2):

$$I_{cr} = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - x)^2 \quad (2)$$

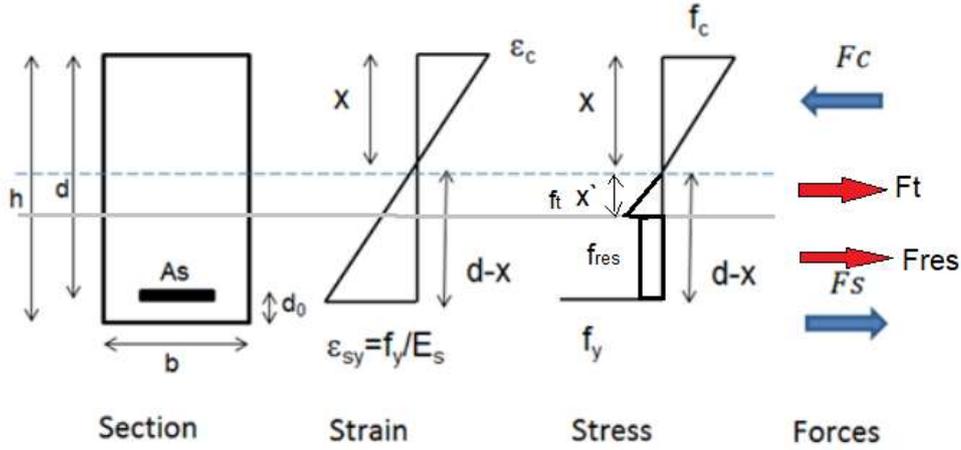
حيث:

X : ارتفاع منطقة الضغط

n : أمثال التعادل للتسليح

d : الارتفاع الفعال للمقطع

من أجل الحصول على سلوك ل SFRC أقرب للواقع قمنا هذه الدراسة بإضافة الإجهادات الشادة تحت المحور المحايد التي تكون موجودة حتى الوصول إلى مقاومة البيتون على الشد f_t ، وأيضاً إضافة تأثير الألياف التي يبدأ دورها بعد تشقق البيتون من خلال إجهادات الشد المتبقية f_{res} كما هو موضح بالشكل (2)، حيث معظم الأبحاث التي تحدد هذه الإجهادات تعتمد على إجراء التجارب للحصول على سلوك SFRC بعد التشقق، ولكن في هذه الدراسة تم اعتماد العلاقتين (3) و (4) (Blagojevic`et al, 2021) التي تحدد سلوك SFRC بعد التشقق مباشرة دون الحاجة للقيام بأي دراسة تجريبية.



الشكل (2): العلاقة بين التشوهات والإجهادات في بداية التلدن ل SFRC بوجود خصائص التصدع

$$f_t = 0.56 \sqrt{f'_c} \quad [MPa] \quad (3)$$

$$f_{res} = 0.3 V_f \cdot \alpha \cdot \frac{L_f}{d_f} \cdot \sqrt{f'_c} \quad [MPa] \quad (4)$$

V_f : النسبة الحجمية للألياف في الخلطة

α : عامل يأخذ بعين الاعتبار شكل الألياف ويأخذ القيمة: 1 للألياف المستقيمة

1.5 للألياف غير المنتظمة (irregular fiber)

2 للألياف معكوفة النهايات

d_f, L_f : قطر وطول الألياف

f'_c : المقاومة المميزة للبيتون

نلاحظ من خلال الشكل (2) أن سلوك البيتون يبقى خطياً حتى الوصول لمقاومة البيتون على الشد f_t وبالتالي يمكن حساب ارتفاع منطقة البيتون المشدود غير المتشقق x' (عندما يكون إجهاد الشد أقل من مقاومة البيتون على الشد) من خلال العلاقة (5):

$$\frac{f_t}{x'} = \frac{0.85 f'_c}{x} \rightarrow x' = \frac{0.66}{\sqrt{f'_c}} \cdot x \quad (5)$$

بأخذ معادلة توازن القوى للمقطع العرضي الموضح بالشكل (2) نحصل على العلاقة (*):

$$F_c = F_t + F_{res} + F_s \quad (*)$$

$$F_c = 0.5 \cdot b \cdot x \cdot (0.85 f'_c) \quad \text{حيث : (1')}$$

$$F_t = 0.5 b \cdot x' \cdot (0.56 \sqrt{f'_c}) \quad \text{(2')}$$

$$F_{res} = b \cdot \left(0.3 \cdot V_f \cdot \alpha \cdot \frac{L_f}{d_f} \cdot \sqrt{f'_c} \right) (h - x - x') \quad \text{(3')}$$

$$F_s = A_s \cdot f_y \quad \text{(4')}$$

بتعويض العلاقات (4') , (3') , (2') , (1') بالعلاقة (*) نحصل على علاقة تحديد ارتفاع منطقة الضغط بإدخال تأثير الألياف والإجهادات الشادة المتبقية بعين الاعتبار، وهي العلاقة (6):

$$x = \frac{0.3 b \cdot h \cdot V_f \cdot \alpha \cdot \frac{L_f}{d_f} \cdot \sqrt{f'_c} + A_s \cdot f_y}{0.425 b \cdot f'_c - 0.185 b + 0.3 b \cdot V_f \cdot \alpha \cdot \frac{L_f}{d_f} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \left(1 + \frac{0.66}{\sqrt{f'_c}} \right)} \quad \text{(6)}$$

أما عزم العطالة للمقطع المنشقق فيمكن تحديده كما يلي:

$$I_{cr} = \frac{b \cdot x^3}{3} + \frac{b \cdot x'^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - x)^2 + \frac{n_f \cdot b_f \cdot (h - x - x')^3}{12} + n_f \cdot A_f \cdot \left(\frac{h - x - x'}{2} \right)^2$$

حيث n_f أمثال التعادل للألياف و b_f و A_f العرض الفعال والمساحة الفعالة للألياف والتي تحدد من العلاقاتين (7) و (8) على التوالي (Dong et al, 2022):

$$b_f = \eta \cdot b \cdot V_f \quad \text{(7)}$$

$$A_f = \eta \cdot b \cdot V_f \cdot (h - x - x') \quad \text{(8)}$$

حيث:

η عامل مساهمة الألياف الفعالة يأخذ القيمة: 0.25 حالة جزء من المقطع حاوي على ألياف

0.16 حالة كامل المقطع حاوي على ألياف

بتعويض العلاقاتين (7) و (8) بعلاقة I_{cr} نحصل على العلاقة النهائية لتحديد عزم عطالة المقطع المنشقق بوجود الألياف وبأخذ تأثير الإجهادات الشادة المتبقية بعين الاعتبار وهي العلاقة (9):

$$I_{cr} = \frac{b \cdot x^3}{3} + \frac{b \cdot x'^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - x)^2 + \frac{1}{3} n_f \cdot \eta \cdot b \cdot V_f (h - x - x')^3 \quad \text{(9)}$$

ثم يتم حساب السهم باستخدام علاقة الكود الأوروبي EC2 الذي يعتمد على تحديد النقر الوسطي لجائز خاضع لانعطاف كتابع لمساهمة المقاطع المتشقة وغير المتشقة بالعلاقة (10) (Eurocode2, 2005):

$$\left(\frac{1}{r} \right) = \xi \left(\frac{1}{r} \right)_{cr} + (1 - \xi) \left(\frac{1}{r} \right)_{un} \quad \text{(10)}$$

حيث:

$$\left(\frac{1}{r} \right)_{cr} = \frac{M}{EI_{cr}} \quad \text{النقر في حالة المقطع المنشقق}$$

$$\left(\frac{1}{r} \right)_{un} = \frac{M}{EI} \quad \text{النقر في حالة المقطع غير المنشقق}$$

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2: \quad \text{عامل التوزيع حيث } \beta \text{ عامل يأخذ القيمة: 1 لحمولة قصيرة الأمد}$$

0.5 لحمولة دورية أو طويلة الأمد

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I}{h/2} \quad \text{عزم التشقق}$$

تم تحديد عزم التشقق بالاعتماد على الإجهاد المسبب للتشقق f_r من خلال العلاقة (11) (Kalkan, 2013):

$$f_r = \text{Max} \left[f_{ctm} : \left(1.6 - \frac{h}{1000} \right) \cdot f_{ctm} \right] \quad \text{(11)}$$

حيث:

$$f_{ctm} = 2.12 \ln\left(1 + \frac{f'_c}{10}\right)$$

h ارتفاع المقطع ب mm

ثم تم تحديد السهم وسط المجاز عند كل مرحلة تحميل وفق العلاقات الموضحة بالجدول (1).

الجدول (1) : علاقة حساب السهم وفق نمط التحميل المطبق (صقور، 2012)

علاقة السهم	نمط التحميل
$\Delta = \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{r} \cdot (3L^2 - 4a^2)$	
$\Delta = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{r} \cdot L^2$	
$\Delta = \frac{23}{216} \cdot \frac{1}{r} \cdot L^2$	

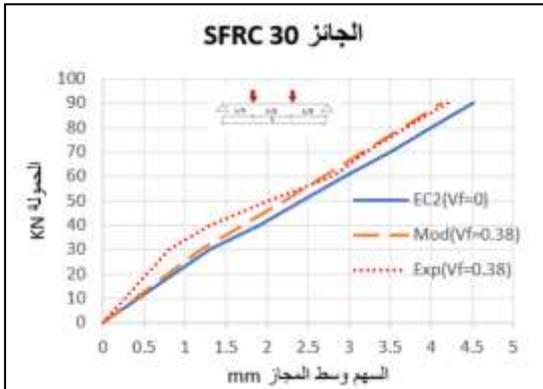
النتائج والمناقشة:

للتحقق من صحة التعديل الذي تم إجراؤه في هذه الدراسة والذي يهدف لإدخال تأثير الألياف و خواص التصدع (الإجهادات الشادة المتبقية) عند تقييم السهم لجائز بيتوني مسلح يحوي على ألياف فولاذية، تم حساب السهم وسط المجاز عند كل مرحلة تحميل ومقارنتها مع النتائج التجريبية لمجموعة من الاختبارات التي أجراها كل من الباحثين (Trindade, 2018) و (Swamy and Altaan, 1981) و (أسريح وأخرون، 2019)، حيث تم توضيح أبعاد الجوائز وخواص المواد المستخدمة في هذه الدراسات من خلال الجدول (2).

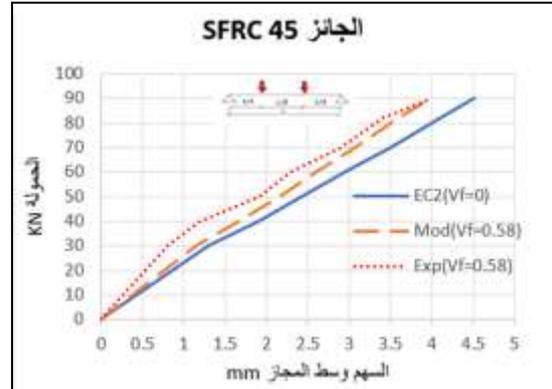
الجدول (2): أبعاد وخواص المواد للجوائز المستخدمة في هذه الدراسة

الباحث	الجائز	$A_s (mm^2)$	$f_y (MPa)$	$f'_c (MPa)$	$V_f \%$
(Triandade, 2018) 125 x 250 x 1800	SFRC30Kg/m ³	402	500	43	0.38
(Triandade, 2018) 125 x 250 x 1800	SFRC45Kg/m ³	402	500	43	0.58
(Swamy and Altaan, 1981) 130 x 203 x 2250	DR11	226	460	31.55	0.5
(Swamy and Altaan, 1981) 130 x 203 x 2250	DR12	226	460	32	1
(أسريح و أخرون، 2019) 150 X 250 X 1700	SFC-0.5%	226	420	25	0.5
(أسريح و أخرون، 2019) 150 X 250 X 1700	SFC-0.75%	226	420	25	0.75

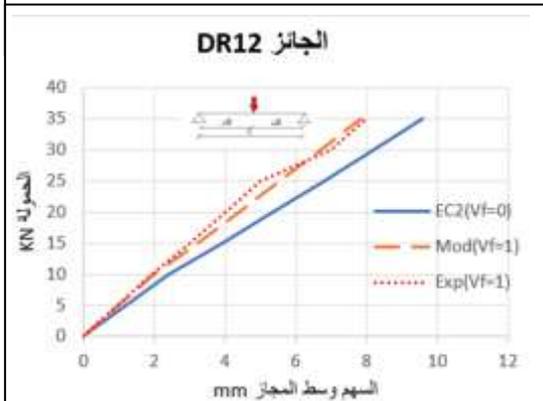
وأيضاً تمت مقارنة قيم السهوم التي تم التوصل إليها مع قيم السهوم المحسوبة وفق علاقة الكود الأوروبي EC2 (بدون ادخال تأثير الألياف وخصائص التصدع)، تم توضيح ذلك من خلال الأشكال (3-4-5-6-7-8). نلاحظ من



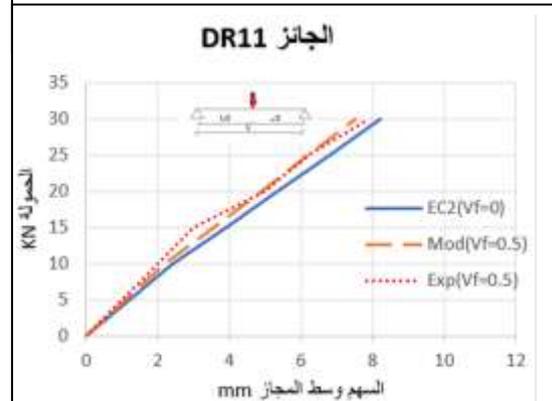
الشكل (4): مقارنة النتائج الحسابية مع النتائج التجريبية



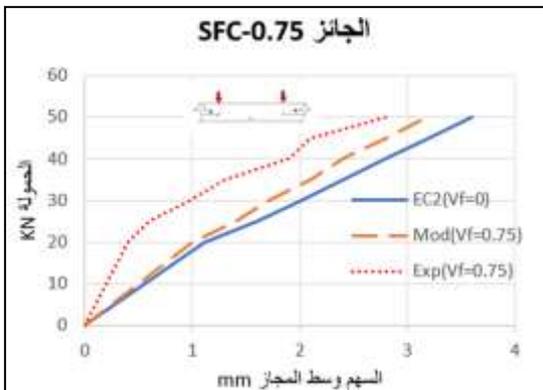
الشكل (3): مقارنة النتائج الحسابية مع النتائج التجريبية



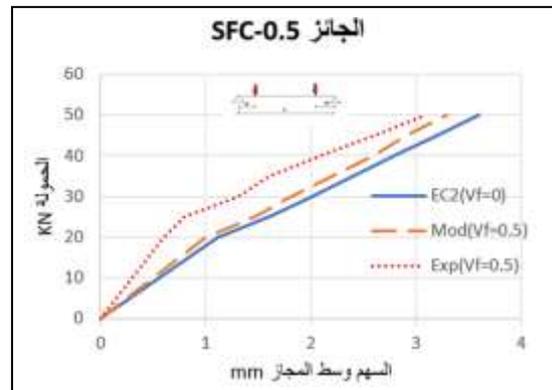
الشكل (6): مقارنة النتائج الحسابية مع النتائج التجريبية وقيم الكود الأوروبي (Swamy and Altaan, 1981)



الشكل (5): مقارنة النتائج الحسابية مع النتائج التجريبية وقيم الكود الأوروبي (Swamy and Altaan, 1981)



الشكل (8): مقارنة النتائج الحسابية مع النتائج التجريبية وقيم الكود الأوروبي (اسريح وآخرون، 2019)



الشكل (7): مقارنة النتائج الحسابية مع النتائج التجريبية وقيم الكود الأوروبي (اسريح وآخرون، 2019)

الأشكال (3-4-5-6-7-8) بأن التعديل الذي تم في هذه الدراسة والذي يعتبر مساهمة لإدخال تأثير الألياف وخصائص التصدع على علاقة الكود الأوروبي EC2، أعطى نتائج جيدة وقريبة من النتائج التجريبية حيث كانت الفروقات بين السهوم المحسوبة بالطريقة المقترحة والسهوم التجريبية تتراوح بين % (2-13) بينما كانت الفروقات مع السهوم المحسوبة بالاعتماد على علاقة الكود الأوروبي % (7-36) (حيث تزداد هذه الفروقات بزيادة نسبة الألياف)، وبالتالي فإن استخدام هذه المساهمة يحسن قيم السهوم المحسوبة بنسبة تتراوح بين % (9-25.2) مقارنةً مع القيم التي يعطيها الكود الأوروبي EC2.

الاستنتاجات والتوصيات:

في هذا البحث تم إجراء دراسة تحليلية نظرية على جائر بيتوني مسلح حاوي على ألياف فولاذية وحددت التشوهات والإجهادات على المقطع العرضي بإدخال تأثير الألياف وخصائص التصدع، بنتيجة هذه الدراسة تم التوصل إلى علاقة لتحديد ارتفاع منطقة الضغط في المقطع العرضي واستخدام هذه العلاقة ضمن علاقة الكود الأوروبي EC2 لتحديد السهم، حيث حسنت هذه المساهمة من قيم السهوم التي تعطيها علاقة الكود الأوروبي وأصبحت أقرب للنتائج التجريبية مقارنةً مع قيم السهوم التي تعطيها علاقة الكود الأوروبي بدون إدخال تأثير الألياف وخصائص التصدع، وبالتالي يمكن استخدام هذه المساهمة لإعطاء نتائج جيدة وقريبة من الواقع.

نوصي في نهاية هذه الدراسة بالبحث عن تأثير النسبة الحجمية للألياف على قيم السهوم المتشكلة من خلال إدخال عامل على علاقة الكود الأوروبي (بدون ألياف) يأخذ بعين الاعتبار تأثير النسبة الحجمية للألياف المستخدمة، ودراسة تأثير الألياف أيضاً على السهم طويل الأمد.

References:

- Blagojević P, Blagojević N, Kukaras D. *Flexural behavior of steel fiber reinforced concrete beams: Probabilistic numerical modeling and Sensitivity Analysis*. Applied Sciences. 2021 Oct 14;11(20).
- Code, Price. *Eurocode 2: design of concrete structures- part 1-1: general rules and rules for buildings*. British Standard Institution, London. 2005.
- Domski J, Zakrzewski M. *Deflection of steel fiber reinforced concrete beams based on waste sand*. Materials. 2020 Jan 15;13(2).
- Dong H, Chen S, Li H, Zhang J. *Research on deflection of partial steel fiber reinforced concrete beams with BFRP bars*. Advances in Materials Science and Engineering. 2022 Aug 29;2022:1–12.
- Frazão C, Camões A, Barros J, Gonçalves D. *Durability of steel fiber reinforced self-compacting concrete*. Construction and Building Materials. 2015 Apr;80:155–66.
- Kalkan I. " *Deflection prediction for reinforced concrete beams through different effective moment of inertia expressions*." International Journal of Engineering Research and Development. 2013.
- Sabuncuoglu B, Lomov SV. *Micro-scale numerical study of fiber/matrix debonding in steel fiber composites*. Journal of Engineered Fibers and Fabrics. 2020.
- Swamy RN, Altaan S. *Deformation and ultimate strength in flexure of reinforced concrete beams made with steel fiber concrete*. ACI Journal Proceedings. 1981;78(5).

Trindade YT. *Numerical modeling of the post-cracking behavior of SFRC and its application on design of beams according to FIB model code 2010*. PhD thesis. Universidade de Sao Paulo, 2018.

Asrih et al. *The effect of adding iron fibers on the bending behavior of reinforced concrete beams*. The Second Conference for Engineering and Technical Sciences, Al-Marqab University, Libya, 2019.

Muhammad R, Al-Kosa M, Warda J. *Contribution to modeling the behavior of elements subject to bending based on collapse and cohesion properties*. Doctoral thesis, Higher Institute for Seismic Research and Studies, Damascus University, 2021.

Saqur A. *Mechanics of Materials, Part 2*, Tishreen University, 2012.