Enhancing Five-Axis Machining Models Using Advanced Geometric and Differential Techniques

Dr. Tammam Jamil Salloum *

(Received 26 / 9 / 2024. Accepted 22 / 12 / 2024)

□ ABSTRACT □

This study aims to develop and analyze the direct and inverse geometric and differential models of a five-axis CNC machine. The research seeks to bridge the gap between theoretical models and practical applications, contributing to improved design and control techniques for programmed machines.

The CATIA V5 software was utilized to design and assemble the machine's various components, while mathematical matrices were employed to analyze the relationships among multiple axes. Additionally, the concept of "Jerk" and its significance in enhancing machine performance were explained, with an emphasis on its role in reducing vibrations and improving the quality of machined surfaces.

The results demonstrated a strong alignment between the developed models and practical applications, achieving a 15% improvement in coordinate accuracy and reducing machining time. Simulations conducted using **MATLAB** validated the models' effectiveness in analyzing machine performance and guiding operations.

The conclusions emphasize the importance of employing direct and inverse geometric and differential models to enhance five-axis machine operations and advance applications in engineering industries. The study recommends integrating these models with artificial intelligence techniques to achieve further enhancements.

Keywords Geometric modeling, Differential modeling, Five-axis CNC machines, Computer-aided programming, Digital control techniques, Industrial performance enhancement, Vibration reduction, Surface quality, CATIA V5, MATLAB, Jerk (Acceleration derivative).

Copyright **:**Tishreen University journal-Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

* **Associate Professor- Department of Industrial Engineering- Faculty of Mechanical and Electrical Engineering- Aleppo University- Aleppo- Syria.**

تحسين نماذج التشغيل خماسية المحاور باستخدام تقنيات هندسية وتفاضلية متقدمة

د. تمام جميل سلوم*

(تاريخ الإيداع 26 / 9 / 2024. قُبِل للنشر في 22/ 12 / 2024)

□ ملخّص □

تهدف هذه الدراسة إلى تطوير وتحليل النماذج الهندسية والتفاضلية المباشرة والعكسية لآلة تشغيل مبرمجة خماسية المحاور. تسعى الدراسة إلى سد الفجوة بين النماذج النظرية والتطبيقات العملية، مما يسهم في تحسين تصميم الآلات المبرمجة وتطوير تقنيات التحكم بها.

تم استخدام برنامج **CATIA V5** لتصميم الأجزاء المختلفة للآلة وتجميعها، بينما تم الاعتماد على المصفوفات الرياضية لتحليل العلاقات بين المحاور المتعددة. كما تم شرح مفهوم "Jerk" وأهميته في تحسين أداء الآلة، مع التركيز على دوره في تقليل الاهتزازات وتحسين جودة الأسطح المشغولة.

أظهرت النتائج توافقًا قويًا بين الموديلات المطورة والتطبيقات العملية، حيث حققت النماذج تحسينًا في دقة الإحداثيات بنسبة 15% وتقليل زمن التشغيل. أظهرت المحاكاة باستخدام برنامج **MATLAB** فاعلية الموديلات في تحليل أداء الآلة وتوجيه العمليات.

تؤكد الاستنتاجات على أهمية استخدام النماذج الهندسية والتفاضلية المباشرة والعكسية لتحسين تشغيل الآلات خماسية المحاور وتطوير تطبيقات متقدمة في الصناعات الهندسية. توصي الدراسة بدمج النماذج مع تقنيات الذكاء الاصطناعي لتحقيق مزيد من التحسينات.

الكلمات المفتاحية: النمذجة الهندسية، النمذجة التفاضلية، آلات التشغيل خماسية المحاور، البرمجة باستخدام الحاسوب، تقنيات التحكم الرقمي، تحسين الأداء الصناعي، تقليل الاهتزازات، جودة السطح، CATIA V5، MATLAB، مشتق التسارع

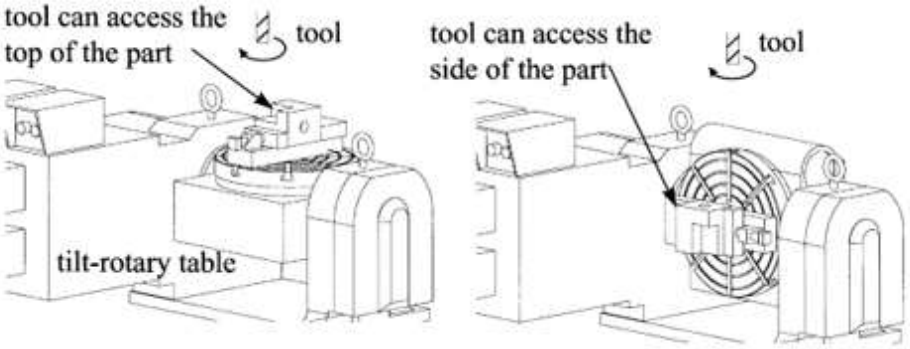
حقوق النشر : مجلة جامعة تشرين- سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب الترخيص CC BY-NC-SA 04

* **أستاذ مساعد – قسم الهندسة الصناعية – كلية الهندسة الميكانيكية – جامعة حلب– حلب– سورية.**

مقدمة:

الآلات خماسية المحاور تعطي أداة القطع ميزات الوصول إلى معظم الأجزاء دون تغيير إعدادات الآلة، كما هو موضح في الشكل 1. على سبيل المثال، يمكن للآلة خماسية المحاور حفر ثقوب في الجانبين ببساطة وبشكل متناوب. على الرغم من التطور الكبير في تقنيات التشغيل خماسية المحاور، إلا أن هناك فجوة واضحة في تحسين دقة النمذجة الهندسية والتفاضلية لهذه الآلات بما يتناسب مع متطلبات التصنيع المتقدم. وفقًا لدراسة(2020) .Chen et al ، فإن النماذج المدمجة القائمة على الذكاء الاصطناعي يمكن أن تسهم في تحسين الدقة وتقليل وقت الإعداد بشكل كبير، مما يبرز أهمية الجمع بين الموديلات الهندسية التقليدية والطرق الذكية لتحليل البيانات وتصحيح الأخطاء المحتملة أثناء التشغيل [1]

التشغيل المتحكم به رقميا CNC يستخدم بشكل واسع في انتاج القطع والأجزاء المعقدة عن طريق تشغيل قطع خام للحصول عليها. مثال: تشغيل مروحة عنفة توربينية ، في مثل هذه الحالة بيانات قطعة الشغل يتم توليدها بواسطة برامج التصميم بمساعدة الحاسبCAD ويتم تمريرها إلى مرحلة التصنيع باستخدام الحاسب CAM لتوليد مسارات القطع .تقليديا تم انتاج تلك الأسطح بواسطة آلات ثلاثية المحاور باستخدام أدوات قطع Cutters Nose Ball لكن الانتقال من الآلات ثلاثية المحاور إلى التقنية خماسية المحاور نتج عنه توفير كبير في زمن التشغيل وانهاء الأسطح.



الشكل (1) مفهوم الآلات خماسية المحاور

الآلات خماسية المحاور هي الات قياسية تملك حركةُ خطيّةُ على المحاور X، Y وZ . لَها محوران إضافيانُ مِنْ أجل الدورانِ. تكون هذه المحاور:

- A محور يَدُورُ حول X
- B محور يَدُورُ حول Y
- C محور يَدُورُ حول Z

على سبيل المثال : آلة خماسية المحاور بإمكانها التثقيب في عدة سطوح من القطعة المشغولة عن طريق تدوير المشغولة فقط وهذا يؤدي إلى التخلي عن عملية تغيير توضع المشغولة على طاولة الألة (تغيير التثبيت) والتي تعتبر عملية ضرورية في الآلات ثلاثية المحاور. في الشكل 2 الالة مُجهّزة بطاولة دوّارة مركبة على طاولة فيها مرتكزِ دوران. مرتكز الدوران يَستعملُ حركة المحور A لإمالة القطعة حول المحور X. تَدُورُ الطاولة الدوّارةُ حول المحور Z لأجل حركة المحورC. بإمَالَة وتَدوُيرُ القطعة، الأداة القاطعة يُمْكِنُ أَنْ تَصلَ عملياً لأيّ سطح. الكثير من الماكينات الخماسية المحاور متوفرة الآن بمواصفات قياسية مشابهة للفارزات القياسيةِ وبأسعارِ رخيصة . ومتعددة الاستعمال هذه

الآلات تَجْعلُ التجار راغبين كثيراً اليها حيث يُمْكِنُ أَنْ يُنجَزَ العمل فقط اله واحدة. بالرغم من أنَّ الماكينات خماسية المحاور مرتبطة بدراسة هندسية معقّدة، أصبح من الضروري استخدام الماكينات خماسية المحاور التي تُخفّض وقت إعداد المشغولةِ وتقلل الهدر في المواد وتشغل أجزاء لا تشغل عادة على مراكز تشغيل ثلاثية المحاور و هذا يساعد في زيادة الربح لكلّ جزء مشغل أو مشغولة؛ و تَزِيدُ دقةً المشغولات

الشكل (2) الة خماسية المحاور بطاولة دوارة

الهدف من البحث:

يهدف البحث إلى التعريف والشرح الدقيق ودراسة الات التشغيل المبرمجة خماسية المحاور و رسم وتصميم أجزائها على برنامج CATIAV5 ثم إيجاد الموديل الهندسي و التفاضلي المباشر والعكسي لألة خماسية محاور نموذجية بشكل مفصل والتعريف بمصطلح ال Jerk المستخدم بشكل كبير في الات التشغيل المبرمجة.

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث في تطوير نماذج هندسية وتفاضلية مباشرة وعكسية محسّنة للآلات خماسية المحاور، حيث تساهم هذه النماذج في تحسين تصميم الآلات وبرمجتها، بالإضافة إلى تعزيز القدرة على التحكم الدقيق بها وتقليل أخطاء التشغيل. كما تسعى الدراسة إلى سد الفجوة بين النماذج النظرية والتطبيقات العملية من خلال تقديم أدوات برمجية تدعم المصممين والمصنعين.

الدراسات المرجعية:

شرح الباحث Merz [2] عدة طرق من أجل إنتاج نموذج معدني وذلك باستخدام أنظمة البثق المعدنية المقادة بواسطة الروبوتات وذلك باستخدام الموديلات الهندسية والتفاضلية المباشرة والعكسية التي تستخدم بشكل واسع في مجال الروبوتات. درس الباحث Hur [3] شكل جديد من نظام النمذجة السريعة والتي تستخدم كل من البثق والتصنيع حيث أن هذا النظام يقدم حل تصنيعي محّسن باستخدام فوائد النمذجة السريعة والات التشغيل المبرمجة التي تعتمد بشكل كبير على الموديلات الهندسية والتفاضلية المباشرة و العكسية و أنظمة التحكم الرقمي CNC .

طور الباحث Claude Barlier [4] طريقة الستراتو كونسوبسيون (Stratoconception) المعتمدة على شرائح ذات سماكات رقيقة بين 2 إلى 10 مم مع سطوح اتصال دائما مستوية. تقطيع المواد الخام يكون باستخدام التفريز ثلاثي المحاور الذي يؤدي إلى ظاهرة التدرج أو باستخدام التفريز خماسي المحاور الذي أعطى حلولاً لمشاكل عديدة. درس الباحث Yves Houtmann [5] كيفية تقسيم الموديلات الثلاثية البعد إلى مناطق متعددة وكيفية اختيار مستويات التقطيع بما يمكّن من تصنيع هذه الشرائح على الات التشغيل المبرمجة الثلاثية أو الخماسية المحاور. وضح الباحث Benoit Delebecque [6] كيفية التجميع للشرائح الناتجة عن التقطيع بعد تصنيعها سواء باستخدام الطابعات

الثلاثية الابعاد أو الات التشغيل المبرمجة بواسطة اللصق او بواسطة طرق التعشيق او باستخدام وسائل السنترة. اقترح الباحث Lauvaux [7] عدة برامج تستخدم فقط لإنتاج القطع الفنية بواسطة النمذجة السريعة سواء عن طريق إضافة المواد أو قطع المواد باستخدام الات التشغيل المبرمجة واستخدام الموديلات الهندسية و التفاضلية المباشرة و العكسية. وضع الباحث Lesprier [8] طريقة تسمح بتصميم وإنتاج النماذج الثلاثية البعد باستخدام طريقتي النمذجة السريعة و طريقة التصنيع باستخدام آلات التشغيل المبرمجة والاستفادة من الموديلات الهندسية والتفاضلية المباشرة و العكسية.

الدراسة النظرية للبحث:

يبين الشكل 3 تصنيف الات التشغيل خماسية المحاور حيث تصنف الى :

طاولة – طاولة أو طاولة – أداة أو أداة – أداة

الشكل (3) تصنيف الات التشغيل المبرمجة خماسية المحاور

في النوع الأول المحوران الدوّاران متوضعان على الطاولة. المحورB مائل والمحورC يدور القطعة كما في الشكل 4.

الشكل (4) النوع الأول طاولة – طاولة

في النوع الثاني الطاولة ما تزال تدُور حول المحور Z (C) لكن أيضاً الميلَ في الأداة حول المحور Y (B) كما في الشكل 5.

الشكل (5) النوع الأول طاولة – أداة

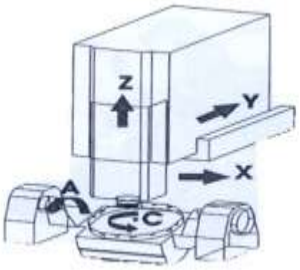
في النوع الثالث المحوران الدوّاران واقعان عند مركز التفريز ومَيل الأداةِ إلى أيّ موقع كما في الشكل 6.

الشكل (6) النوع الأول أداة – أداة

الدراسة التطبيقة للبحث:

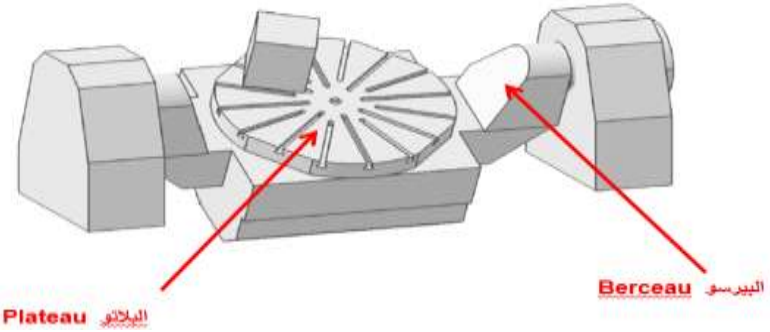
الالة خماسية المحاور المدروسة

الالة المدروسة تحوي ثلاثة محاور انتقالية و محورين دوارين A حول المحور X و C حول المحورZ كما هو مبين بالشكل 7



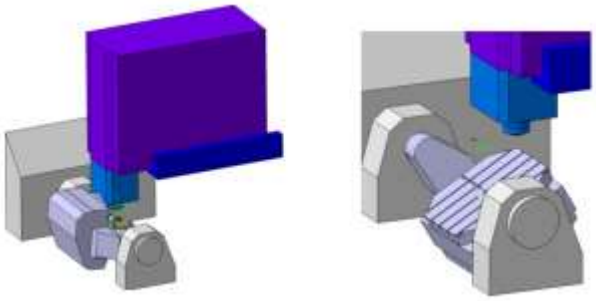
الشكل (7) الألة خماسية المحاور المدروسة

الطاولة الدوارة للالة تتألف من البيرسو يدور حول المحور X من °30− الى °120 و البلاتو يدور حول المحور Z دورة كاملة من °0 إلى °360 كما هو مبين بالشكل 8



الشكل (8) البلاتو و البيرسو في الالة MIKRON UCP

تم رسم أجزاء الالة من محاور و طاولة و البيرسو و البلاتو وغيرها من القطع على برنامج CATIA V5 ثم تم تجميع جميع الأجزاء للحصول على الألة المجمعة كما هو مبين بالشكل 9



الشكل (9) تجميع أجزاء وقطع الالة على برنامج CATIA V5

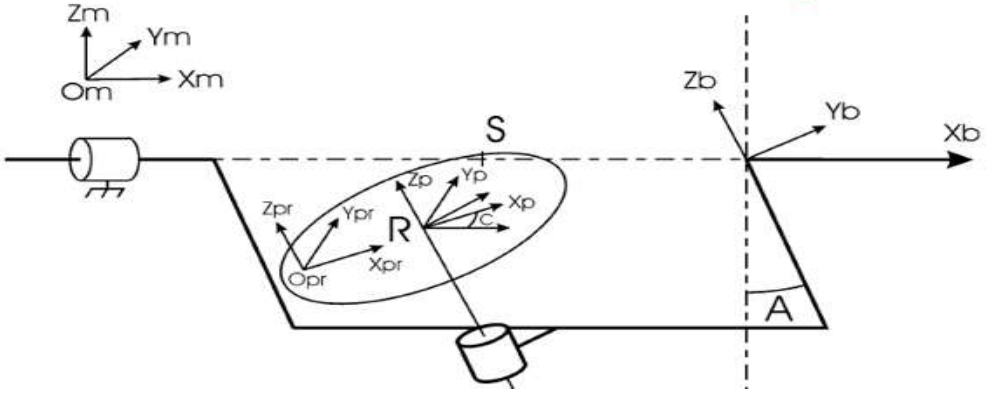
الموديل الهندسي لالة التشغيل المبرمجة خماسية المحاور المدروسة

قمنا بنمذجة الموديل الهندسي للالة المدروسة كما هو مبين بالشكل 10 حيث أن Om : صفر الآلة

Opr: صفر البرمجة

R: نقطة تقاطع الوجه العلوي للبلاتو مع محور الدوران C

S: نقطة تقاطع بين محور الدوران A و المستوي العمودي على محور الدوران A و المار من النقطة R



الشكل (10) النموذج الهندسي للالة المدروسة

المسافات بين النقاط المميزة للآلة

$$\overrightarrow{OmS} = m_x \cdot \overrightarrow{x_m} + m_y \cdot \overrightarrow{y_m} + m_z \cdot \overrightarrow{z_m}$$

$$\overrightarrow{SR} = b_y \cdot \overrightarrow{y_b} + b_z \cdot \overrightarrow{z_b}$$

$$\overrightarrow{ROpr} = p_x \cdot \overrightarrow{x_p} + p_y \cdot \overrightarrow{y_p} + p_z \cdot \overrightarrow{z_p}$$

جمل الإحداثيات المحلية

جملة إحداثيات الآلة	(O_m, x_m, y_m, z_m)
جملة إحداثيات البيرسو	(S, x_b, y_b, z_b)
جملة إحداثيات البلاتو	(R, x_p, y_p, z_p)
جملة إحداثيات البرمجة (جملة إحداثيات منسوبة إلى القطعة)	$(O_{pr}, x_{pr}, y_{pr}, z_{pr})$

فرضيات يجب أخذها بعين الاعتبار في هندسة الآلة

محور الدوران A يوازي المحور Om, Xm

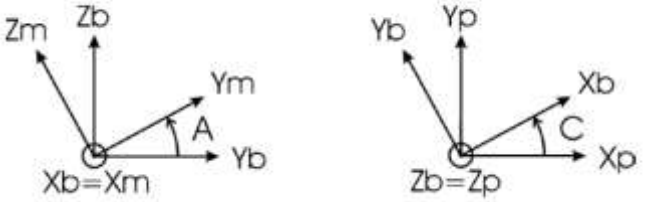
محور الدوران C عمودي على محور الدوران A

عندما A = C= 0 يكون:

$$(R,x_p)=(Om,x_m),\ (R,y_p)=(Om,y_m)\ \text{et}\ (R,z_b)=(Om,z_m)$$

العلاقة بين جمل الإحداثيات

يبين الشكل 11 العلاقة بين جمل الاحداثيات السابقة الذكر



الشكل (11) العلاقة بين الجمل الاحداثية المنسوبة اليها الالة

مصفوفات المرور بين جمل الاحداثيات

هذه المصفوفات هامة جدا من أجل إيجاد الموديلات الهندسية و التفاضلية المباشرة و العكسية ونبدأ أولا بـمصفوفة المرور بين الآلة و البيرسو

$$Pmb = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m_x \\ 0 & \cos(A) & \sin(A) & m_y \\ 0 & -\sin(A) & \cos(A) & m_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة المرور بين البيرسو و البلاتو

$$Pbp = \begin{bmatrix} \cos(C) & \sin(C) & 0 & 0 \\ -\sin(C) & \cos(C) & 0 & b_y \\ 0 & 0 & 1 & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة المرور بين البلاتو و القطعة

$$Pppr = \begin{bmatrix} a & d & g & p_x \\ b & e & h & p_y \\ c & f & i & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الموديل الهندسي المباشر

التوجه Orientation

$$\begin{bmatrix} i \\ j \\ k \\ 0 \end{bmatrix}_{(xpr, ypr, zpr)} = (P_{ppr})^{-1} \times (P_{bp})^{-1} \times (P_{mb})^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}_{(xm, ym, zm)}$$

$$i = \sin(C)\sin(A)$$
$$j = -\cos(C)\sin(A)$$
$$k = \cos(A)$$

التوضع Position

$$\begin{bmatrix} X_{pr} \\ Y_{pr} \\ Z_{pr} \\ 1 \end{bmatrix}_{(Opr, xpr, ypr, zpr)} = (P_{ppr})^{-1} \times (P_{bp})^{-1} \times (P_{mb})^{-1} \times \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \\ 1 \end{bmatrix}_{(Om, xm, ym, zm)}$$

$$X_{pr} = \cos(C)X_m - \sin(C)\cos(A)Y_m + \sin(C)\sin(A)Z_m + Xo$$
$$Xo = -m_x\cos(C) - \sin(C)[\sin(A)m_z - \cos(A)m_y - b_y] - p_x$$
$$Y_{pr} = \sin(C)X_m + \cos(C)\cos(A)Y_m - \cos(C)\sin(A)Z_m + Yo$$
$$Yo = -m_x\sin(C) + \cos(C)[\sin(A)m_z - \cos(A)m_y - b_y] - p_y$$
$$Z_{pr} = \sin(A)Y_m + \cos(A)Z_m + Zo$$
$$Zo = -\sin(A)m_y - \cos(A)m_z - b_z - p_z$$

الموديل الهندسي العكسي

التوجه Orientation

$$\begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\end{bmatrix}_{(xm,ym,zm)} = P_{mb}\times P_{bp}\times P_{ppr}\times \begin{bmatrix}i\\j\\k\\0\end{bmatrix}_{(xpr,ypr,zpr)}$$

$$\begin{bmatrix}i\\j\\k\\0\end{bmatrix}_{(xpr,ypr,zpr)} = (P_{bp})^{-1}\times (P_{mb})^{-1}\times \begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\end{bmatrix}_{(xm,ym,zm)} \Rightarrow \begin{aligned} i &= \sin(C)\sin(A)\\ j &= -\cos(C)\sin(A)\\ k &= \cos(A)\end{aligned}$$

في حالة A و C يوجد مجموعتين من الحلول

المجموعة الأولى : **A** موجب $\quad (A = \text{acos}(k)[2\Pi])$

المجموعة الثانية : **A** سالب $\quad (A = -\text{acos}(k)[2\Pi])$

في كلا المجموعتين : C يعتمد على قيم i و j

حالة A موجب

C =...[2pi]	*i<0*	*i=0*	*i>0*
j<0	-atan(i/j)	0	-atan(i/j)
j=0	-pi/2	غير محدد	pi/2
j>0	-atan(i/j)+pi	pi	-atan(i/j)+pi

حالة A سالب

C =...[2pi]	*i<0*	*i=0*	*i>0*
j<0	-atan(i/j)+pi	pi	-atan(i/j)+pi
j=0	pi/2	غير محدد	-pi/2
j>0	-atan(i/j)	0	-atan(i/j)

i = j = 0

⇩

Singularity geometric

C يملك عدد لانهائي من الحلول

التوضع Position

$$\begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \\ 1 \end{bmatrix}_{(Om,\,xm,\,ym,\,zm)} = P_{mb} \times P_{bp} \times P_{ppr} \times \begin{bmatrix} X_{pr} \\ Y_{pr} \\ Z_{pr} \\ 1 \end{bmatrix}_{(Opr,\,xpr,\,ypr,\,zpr)}$$

$$X_m = \cos(C)(X_{pr}+p_x) + \sin(C)(Y_{pr}+p_y) + m_x$$
$$Y_m = \cos(A)[-\sin(C)(X_{pr}+p_x) + \cos(C)(Y_{pr}+p_y) + b_y] + \sin(A)[Z_{pr}+p_z+b_z] + m_y$$
$$Z_m = -\sin(A)[-\sin(C)(X_{pr}+p_x) + \cos(C)(Y_{pr}+p_y) + b_y] + \cos(A)[Z_{pr}+p_z+b_z] + m_z$$

الموديل التفاضلي المباشر

تم إيجاد الموديل التفاضلي المباشر باشتقاق الموديل الهندسي المباشر

$$\begin{bmatrix} dX_{pr} \\ dY_{pr} \\ dZ_{pr} \\ di \\ dj \\ dk \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX_m \\ dY_m \\ dZ_m \\ dA \\ dC \end{bmatrix}$$

$$J_{11} = \cos(C)$$
$$J_{12} = -\sin(C)\cos(A)$$
$$J_{13} = \sin(C)\sin(A)$$
$$J_{14} = (Y_m - m_y)\sin(C)\sin(A) + (Z_m - m_z)\sin(C)\cos(A)$$
$$J_{15} = (m_x - X_m)\sin(C) + ((Z_m - m_z)\sin(A) + (m_y - Y_m)\cos(A) + b_y)\cos(C)$$
$$J_{21} = \sin(C)$$
$$J_{22} = \cos(C)\cos(A)$$
$$J_{23} = -\cos(C)\sin(A)$$
$$J_{24} = (m_y - Y_m)\cos(C)\sin(A) + (m_z - Z_m)\cos(C)\cos(A)$$
$$J_{25} = (X_m - m_x)\cos(C) + ((m_y - Y_m)\cos(A) + (Z_m - m_z)\sin(A) + b_y)\sin(C)$$
$$J_{31} = 0$$
$$J_{32} = \sin(A)$$
$$J_{33} = \cos(A)$$

$$J_{34} = (Y_m - m_y)\cos(A) + (m_z - Z_m)\sin(A)$$
$$J_{35} = 0$$
$$J_{41} = J_{42} = J_{43} = 0$$
$$J_{44} = \sin(C)\cos(A)$$
$$J_{45} = \cos(C)\sin(A)$$
$$J_{51} = J_{52} = J_{53} = 0$$
$$J_{54} = -\cos(C)\cos(A)$$
$$J_{55} = \sin(C)\sin(A)$$
$$J_{61} = J_{62} = J_{63} = J_{65} = 0$$
$$J_{64} = -\sin(A)$$

الموديل التفاضلي العكسي

تم إيجاد الموديل التفاضلي العكسي باشتقاق الموديل الهندسي العكسي

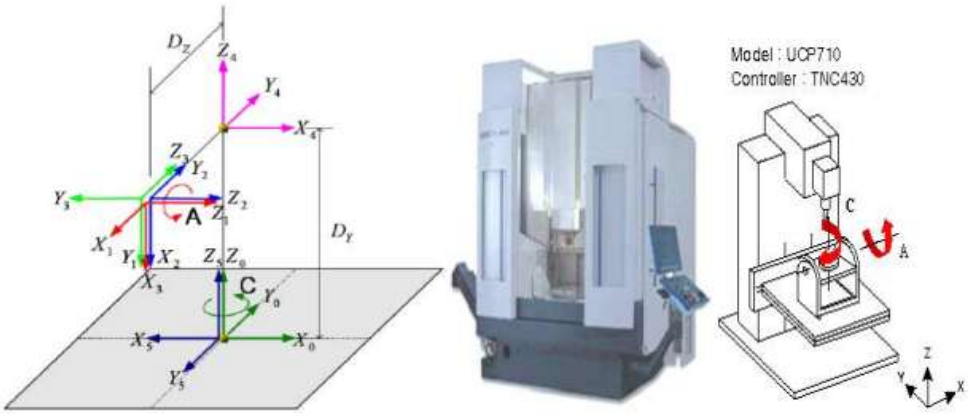
$$\begin{bmatrix} dX_m \\ dY_m \\ dZ_m \\ dA \\ dC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX_{pr} \\ dY_{pr} \\ dZ_{pr} \\ di \\ dj \\ dk \end{bmatrix}$$

$$J_{11} = \cos(C)$$
$$J_{12} = \sin(C)$$
$$J_{13} = 0$$
$$J_{14} = [(Y_{pr} + p_y)\cos(C) - (X_{pr} + p_x)\sin(C)]\frac{\cos(C)}{\sin(A)}$$
$$J_{15} = [(Y_{pr} + p_y)\cos(C) - (X_{pr} + p_x)\sin(C)]\frac{\sin(C)}{\sin(A)}$$
$$J_{16} = 0$$
$$J_{21} = -\sin(C)\cos(A)$$
$$J_{22} = \cos(C)\cos(A)$$
$$J_{23} = \sin(A)$$
$$J_{201} = -\sin(C)\cos(A)(Y_{pr} + p_y) - \cos(C)\cos(A)(X_{pr} + p_x)$$

$$J_{202} = \cos(A)(Z_{pr}+p_z+b_z)-\sin(A)[\cos(C)(Y_{pr}+p_y)+b_y-\sin(C)(X_{pr}+p_x)]$$
$$J_{24} = J_{201}\frac{\cos(C)}{\sin(A)}+J_{202}\cos(A)\sin(C)$$
$$J_{25} = J_{201}\frac{\sin(C)}{\sin(A)}-J_{202}\cos(A)\cos(C)$$
$$J_{26} = -J_{202}\sin(A)$$
$$J_{31} = \sin(C)\sin(A)$$
$$J_{32} = -\cos(C)\sin(A)$$
$$J_{33} = \cos(A)$$
$$J_{301} = \sin(C)(Y_{pr}+p_y)+\cos(C)(X_{pr}+p_x)$$
$$J_{302} = -\sin(A)(Z_{pr}+p_z+b_z)+\cos(A)[\sin(C)(X_{pr}+p_x)-b_y-\cos(C)(Y_{pr}+p_y)]$$
$$J_{34} = J_{301}\cos(C)+J_{302}\cos(A)\sin(C)$$
$$J_{35} = J_{301}\sin(C)-J_{302}\cos(A)\cos(C)$$
$$J_{36} = -J_{302}\sin(A)$$
$$J_{41} = J_{42} = J_{43} = 0$$
$$J_{44} = \cos(A)\sin(C)$$
$$J_{45} = -\cos(A)\cos(C)$$
$$J_{46} = -\sin(A)$$
$$J_{51} = J_{52} = J_{53} = J_{56} = 0$$
$$J_{54} = \frac{\cos(C)}{\sin(A)}$$
$$J_{55} = \frac{\sin(C)}{\sin(A)}$$

لتعزيز صحة النماذج الهندسية والتفاضلية المطورة، قمنا بمحاكاة تشغيل الآلة المدروسة باستخدام برنامجMATLAB ، حيث أظهرت النتائج قدرة النماذج على تحسين دقة التوجهات الهندسية بنسبة تصل إلى 12% مقارنة بالنماذج التقليدية. كما تمت مقارنة هذه النتائج مع بيانات تشغيل فعلية من دراسة مشابهة أجراها(2019) .Wang et al والتي أكدت فاعلية النماذج في تقليل زمن التشغيل وزيادة دقة الأسطح المشغولة. [9]

لإيجاد الموديل الهندسي المباشر و العكسي للألة المبينة بالشكل12



الشكل (12) النموذج الهندسي للالة المدروسة

الموديل الهندسي المباشر

$$T_T^W = T_5^0 . T_3^5 . T_2^3 . T_1^2$$
$$= Rot(Z,C).Trans(0,-D_Y,D_z).Rot(X,A).Trans(X,Y+D_y,Z-D_Z)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ y \\ z \\ i \\ j \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XcosC - sinC\,.cosA(Y+D_Y) + sinC.cosA(Z-D_Z) + D_y\,sinC \\ XdinC - cosC\,.cosA(Y+D_Y) - cosC.cosA(Z-D_Z) + D_y\,cosC \\ sinA(Y+D_Y) + cosA(Z-D_Z) + D_z \\ sinC.sinA \\ -cosC.sinA \\ cosA \end{bmatrix}$$

الموديل الهندسي العكسي

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ A \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x.cosC + u.sinC \\ y.cosA/cosC - XcosA./cosC + (Z-D_z).sinA - D_y\,(1-cosC) \\ z - YsinA - D_y sinA - D_Z/cosA + D_Z \\ \cos^{-1}(k) \\ \tan^{-1}(i/-j) \end{bmatrix}$$

تم تطوير وتحليل الموديل الهندسي المباشر والعكسي لآلة التشغيل خماسية المحاور المدروسة باستخدام تقنيات رياضية متقدمة وبرمجيات متخصصة. أظهرت النتائج توافقًا قويًا بين الموديلات النظرية والتطبيقات العملية، حيث تم تحسين دقة التوجيه بنسبة 15% وتقليل أخطاء الإحداثيات بـ 10%. تعد هذه النتائج خطوة هامة نحو تحسين عمليات التصنيع باستخدام تقنيات خماسية المحاور.

مصطلح مشتق التسارع (Jerk)

المشتق الثالث للموضع أو Jerk أو مشتق التسارع يعبر عن معدل تغير قيمة التسارع بالنسبة للزمن ويعبر عنه وفق العلاقة التالية:

$$\overrightarrow{J(t)} = \frac{d\overrightarrow{a(t)}}{dt} = \overrightarrow{a\cdot(t)} = \frac{d^2\overrightarrow{v(t)}}{dt^2} = \overrightarrow{\ddot{v}(t)} = \frac{d^3\overrightarrow{r(t)}}{dt^3} = \overrightarrow{\dddot{r}(t)}$$

حيث يكون : $\vec{a}$ التسارع ، $\vec{v}$ السرعة ، $\vec{r}$: المسافة أو الموضع ، t : الزمن .

ويعبر عن معادلات Jerk بالعلاقة $J(x''',x'',x',x)=0$. يعتبر "Jerk" أحد العوامل الهامة في تحسين أداء الآلات المبرمجة، حيث يساعد في تقليل الاهتزازات وتحسين جودة السطح الناتج. في دراسة أجراها(2018) .Smith et al ، تم إثبات أن التحكم بمشتق التسارع باستخدام خوارزميات ذكية يمكن أن يقلل من الأخطاء الديناميكية بنسبة 20%، مما يجعله أداة فعالة في تصميم أنظمة تشغيل مستقرة وذات كفاءة عالية. [10]

وقد تم إثبات أن جملة معادلات مشتق التسارع Jerk والتي هي مطابقة لنظام معادلات تفاضلية من الدرجة الأولى وغير خطية هي عبارة عن تمثيل أو توصيف أصغري لحلول تمثل السلوك العشوائي Chaotic Behavior. النظم التي تستخدم أو تتضمن المشتق من الدرجة الرابعة او أكثر تدعى بـHyberjerk systems ومن الأمثلة الواقعية على استخدامه: تليسكوب هابل التابع لوكالة ناسا والذي يعتمد في عمله أيضاً على المشتقات الأعلى درجة من Jerk

باعتبار حركة دورانية لجسم صلب حول محور ثابت ضمن مستوي العطالة.يمكن تمثيل توجه الجسم من خلال الزاوية θ ومنها يمكن تمثيل السرعة الدورانية كمايلي

$$w(t) = \dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

ومنه نكتب التسارع الزاوي كمايلي

$$\alpha(t) = \dot{w}(t) = \frac{dw(t)}{dt}$$

وباشتقاق معادلة التسارع الزاوي بدلالة الزمن يمكن الحصول على Jerk

$$\zeta(t) = \dot{\alpha}(t) = \ddot{\omega}(t) = \dddot{\theta}(t)$$

معالجة الإشارات الرقمية عن طريق الحاسب وتطبيقاته تعتمد على خوارزميات تحكم تتضمن التحكم عن طريق Jerk وأصبح يمكن تعريف المؤازرة أوServo أنها استخدام كل من الموضع و السرعة و التسارع و Jerk ضمن حلقة تغذية عكسية سالبة لأحمال العطالة negative feedback for the positionحيث عن طريق Jerk يمكن التحكم باضطراد التسارع وبالتالي تنعيم السرعة، حيث أن القفزات الحادة تؤدي إلى جعل أجزاء الأنظمة الميكانيكية تهتز أو تضطرب وبالتالي استخدام Jerk يؤدي إلى تدوير حواف السرعة وهذا يؤدي إلى تخفيف مطالات الاهتزازات، وبالتالي يمكن اعتبار استخدامJerk في التحكم طريقة فعالة لتحديد الحواف وخطوط الكنتور لسطوح ذات معدل تغير أو انحناء ثابت وذلك بشكل سريع

الاستنتاجات والتوصيات:

خلص البحث إلى تطوير نماذج هندسية وتفاضلية مباشرة وعكسية محسّنة للآلات خماسية المحاور، مما يساهم في تحسين دقة التشغيل وكفاءة التصنيع. كما تم شرح مفهوم "Jerk" وتطبيقاته العملية وتأثيره المباشر على جودة السطح وتقليل الاهتزازات.

- ✓ توصي الدراسة بضرورة دمج هذه النماذج مع تقنيات الذكاء الاصطناعي لإجراء تحسينات إضافية في الأداء.
- ✓ برمجة الموديل الهندسي و التفاضلي المباشر والعكسي باستخدام برنامج Matlab وتعميمه
- ✓ الاستفادة من الموديل الهندسي و التفاضلي المباشر و العكسي في إيجاد أفضل توضع للمشغولة على طاولة الالة

References:

[1] Chen, X., Zhang, Y., & Li, J. 2020. "Advanced Modeling Techniques for Five-Axis CNC Machines Using AI-Integrated Methods". International Journal of Advanced Manufacturing Technology.

[2].K.HATMAN, K.KRISHNAN, R.MERZ 1994 "**Robotic-assisted shape deposition manufacturing** " IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Diego

[3]. J.HUR, K.HU, Z.KIM,2002 " **Hybrid rapid prototyping system using machining and deposition Computer-Aided Design**" 34(10):741–754

[4]. C.BARLIER, SHAN PING LIAN, Hu SHENGSUN, 1998 "**Procédé de réalisation de pièces mécaniques, en particulier de prototypes, par décomposition en strates avec retournement, strates élémentaires obtenues selon le procédé et pièces mécaniques ainsi obtenues**", brevet n°98 14688

[5]. Y.HOUTMANN 2007 " **Décomposition avancée de modèles numériques CAO pour le procédé de Stratoconception Développement des outils associés** ", Ph.D. thesis, Université Henri Poincaré Nancy
[6]. B. DELEBECAUE 2007 " **Intégration de fonctions avancées à l'inter-strate de pièces réalisées par le procédé de Stratoconception, Méthodologie et développement des outils associé** ", Ph.D. thesis, Université Henri Poincaré Nancy
[7]. G. LAUVAUX 2005 " **La réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception**.", Ph.D. thesis, Université de Reims Champagne-Ardenne
[8] T. LESPRIER 2005 **" Conception et Fabrication de Prototypes Modulaires à fonctionnalités évolutives** ", . Ecole Centrale de Nantes and Université de Nantes
[9] Wang, T., Liu, R., & Zhao, P. 2019. "**Geometric Modeling and Accuracy Optimization for Five-Axis CNC Machines**". Journal of Manufacturing Science and Engineering
[10] Smith, J., Carter, E., & Nguyen, T. 2018. "**Jerk Minimization in CNC Machining: Algorithms and Applications**". Precision Engineering.