

Determining Elastic Modulus Of The Material By Measuring The Deflection Of The Beam Loaded In Bending

Dr.Haitham Asmar*

(Received 13 / 12 / 2018. Accepted 28 / 1 / 2019)

□ ABSTRACT □

The paper presents a theoretical model and design solution for the device which determines the modulus of elasticity by bending the material (test samples), instead of the usual stretching. The device was designed, assembled and successfully tested in the laboratory. Experimental determination of the elastic modulus was conducted by measuring the deflection of samples under a constant load. The elasticity factor was calculated from the theoretical relations as well as the measuring procedure on the instrument. The measurement errors of the instrument were analyzed. As a result, the measurement errors were found at 2%. Therefore, Values of the elastic modulus resulted from theoretical relations. Measurement was performed and measurement errors, i.e. device errors, were analyzed.

Keywords: deflection; elastic modulus; stress

* Assistant Professor. Department of Mechanical Power Engineering , Faculty of Mechanical and Electrical Engineering , Tishreen University, Lattakia, Syria.

تحديد معامل مرونة المادة عن طريق قياس العيوب الناتجة عن انعطاف الجائز المحمل بحمولات الانحناء

د. هيثم أسمر*

(تاريخ الإيداع 13 / 12 / 2018. قُبل للنشر في 28 / 1 / 2019)

□ ملخص □

يقدم هذا البحث نموذجاً نظرياً وحلاً تصميمياً للجهاز الذي يحدد معامل المرونة عن طريق ثني المادة (عينات الاختبار) بدلاً من التمدد المعتاد. تم تصميم الجهاز وتجميعه واختباره بنجاح في المختبر. تم إجراء تحديد تجريبي لمعامل المرونة عن طريق قياس انحراف العينات تحت الحمل الثابت بالإضافة لحساب معامل المرونة من العلاقات النظرية بالإضافة الى إجراء القياس على الجهاز و تحليل أخطاء القياس الناتجة عن الجهاز. بالنتيجة تبين أن أخطاء القياس بحدود 2%، لذلك يمكن اعتبار أن قيمة معامل المرونة المقاسة على الجهاز المصمم تظل كافية للقيمة النظرية لمعامل المرونة للمواد التي تم تحليلها.

الكلمات المفتاحية: التشوه، معامل المرونة، الاجهاد

*أستاذ مساعد - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - قسم هندسة القوى الميكانيكية-جامعة تشرين - اللاذقية- سورية

مقدمة:

يمثل معامل يونغ للمرونة سمة مميزة للمواد لا تعتمد على الإجهاد أو على التشوه النسبي. هناك عدة طرق لتحديد معامل المرونة. الطرق الأكثر شهرة هي: ميكانيكية (ساكنة وديناميكية) ، صوتية ، فوق صوتية ، رنين ، بصري ، إلخ. [4 ، 3 ، 2، 1]. تعتبر الطرق الميكانيكية الأكثر ملاءمة لتحديد معامل المرونة بالنسبة للمواد الرقيقة مثل القضبان والأسلاك والألياف.

موترا وآخرون [5]. أجروا تقييماً لتقنيات قياس الإجهاد لتوصيف الخصائص الميكانيكية للصلب الهيكلي. تم قطع 60 عينة من شبكة S 235 ذات المقطع العرضي A في اتجاهات طولية وعرضية في أربعة أبعاد مختلفة. تم استخدام الماسح الضوئي ثلاثي الأبعاد ومسطرة فيرنير لتحليل الشكل الهندسي للعينات ، في حين تم تحديد قيم الإجهاد باستخدام مقياس الضغط و مقياس الاستطالة. حيث تم مقارنة كمية لنتائج ثلاث تقنيات مختلفة لقياس الإجهاد. اعتمدت المقارنة على حساب الخواص الميكانيكية (معامل المرونة، حد الخضوع، قوة الشد، النسبة المئوية للاستطالة بأقصى قوة) للصلب الهيكلي.

درس Mirambelland Real [6] سلوك الانحناء لحزم الفولاذ المقاوم للصدأ وتم حساب أقصى انحراف لمستويات الحمولة المختلفة ، خاصة بالقرب من ظروف الخدمة. كانت المقاطع العرضية للحزم مربعة ، وأقسام مجوفة مستطيلة ، وأقسام بمقطع H ، تعرضت الحزم المدعومة ببساطة لحمولة مركزة في منتصف المدى والحزم المستمرة إلى أحمال مركزة بالقرب من منتصف المسافة. الانحرافات التي تم الحصول عليها مع الأخذ بعين الاعتبار تباين معامل المرونة بطول العنصر وإمكانية إعادة توزيع القوى الداخلية بسبب تأثيرات المواد غير الخطية قريبة جداً من قيمة الانحراف التجريبي.

طور أوليفر وفار [7] في عام 2011 طريقة قياس معامل الصلادة ومعامل المرونة باستخدام تقنيات الانضغاط الحركي ، التي تم تقديمها في الأصل عام 1992. وقد تم تطوير هذا النموذج لقياس معامل الصلابة ومعامل المرونة لمواد من بيانات قوة الضغط للحمولة التي تم الحصول عليها خلال دورة واحدة من التحميل والتفريغ واستخدمت في توصيف السلوك الميكانيكي الصغير النطاق .

Kvetan et al. [8] قدموا قياس دقيق لمعامل المرونة للعينات السلوكية ذات الاهتزاز السريع من خلال بندول سيرل. تقدم الورقة تحليلاً تفصيلياً إحصائياً لقياس العينات الأقل استخداماً - مع مقطع عرضي مستطيل. تم تسجيل الاهتزازات وتحليلها بواسطة مستشعرة إلكترونية أو كاميرا. تم توفير دقة عالية لقياس معامل يونغ من خلال استخدام الأدوات بشكل حصري على أساس إلكتروني ، بما في ذلك ميكرومتر ، المسند والوزن.

حددت Ohtsuki [9] طريقة قياس جديدة لمعامل يونغ للمواد المرنة ، على أساس تشوه انحناء كبير للعينة معرضة لقوى انضغاطية محورية في كلا الطرفين المثبتين. هذه الطريقة تقضي على الآثار غير المرغوب فيها أثناء التحميل، والتي هي شائعة في الانحناء التقليدي بثلاث أو أربع نقاط. تم اختبار نوعين من المواد المرنة : (PVC طبقة رقيقة من البوليمر ، SWPA سلك بيانو) وأظهرت النتائج أن هذه الطريقة مناسبة للمواد المرنة مثل مواد الألياف الطويلة الرقيقة (الألياف الزجاجية ، ألياف الكربون ، الألياف البصرية ، الخ) أو مواد رقيقة. Tohmyoh وآخرون [10] ذكرت منهجية اختبار ميكانيكية للأسلاك الرقيقة على أساس الانحناء على نطاق ضيق تحت الحمل الجانبي لترتيب العينة ، تم قطع الأسلاك الرقيقة ولحامها بتسخين جول. تم تطبيق حمل ثني صغير في

المنطقة المحلية من السلك مع مجسين متقابلين ، وتم قياس القوة الصغيرة التي تعمل على طرف التحميل بمستشعر السعة.

من علاقات إزاحة الحمل التي تم الحصول عليها عن طريق التجارب، يصف فيكر [11] قياساً موسعاً لمعامل يونغ للمرونة الذي يحتوي، إلى جانب التجربة الميكانيكية التقليدية، على مقياس قياس أقل شيوعاً. يشير فيكر إلى أنه إذا لم تكن هناك حاجة إلى قياسات دقيقة للغاية ، فيمكن استبدال الأجهزة الإلكترونية المتطورة (التي غالباً ما تستخدم في المختبرات الخاصة التي تقوم بتحليل الضغط) بفولتمتر رقمي صغير شائع مع مقاومة كبيرة للإدخال. وبالتالي، فمن الممكن إجراء قياسات كهربائية وميكانيكية في وقت واحد، باستخدام عينة واحدة مشتركة وتمكين المقارنة بين طريقتين تجريبتين مستقلتين.

قام باشيكو و بينا [12] بحساب و رسم شكل قضيب مرن في حالة توازن يخضع إلى انبعاج من خلال عمل قوتين متعاكستين في نهايته. يعتبر التعبير الكامل عن نصف قطر الانحناء في معادلة العارضة. المعادلة التفاضلية التي تصف شكل القضيب و المكتوبة من حيث طول القوس والزوايا التي تشكل الخط المماس إلى المنحنى مع المحور الأفقي للإحداثيات ، هي بالضبط مماثلة لوصف ديناميكيات التذبذبات الكبيرة لسعة بندول بسيط. يتم حل هذه المعادلة تماماً من حيث وظائف جاكوبي الإهليلجية. يتم رسم الحلول باستخدام صيغة متكررة لصيغ إضافية لتلك الوظائف . يعتبر Bowden [13] الانحرافات الممكنة للسلك الممتد من شكل سلسلي بسيط ثنائي الأبعاد. توبوشي وآخرون [14] أجروا تجارب للتحري عن سلوكيات التشوه وخصائص التعب للأنبوب الرفيع (super elastic (SE-tube والأسلاك الرفيعة المرنة (HE-wire) من سبيكة TiN في ظل ظروف النبض المستوي والانحناء المتناوب والدوراني . Antherieu وآخرون [15]. اقترحوا وقاموا بتطوير مبدأ جديد باستخدام روابط عالمية لتمكين ظروف الانحناء الصافي. وقد تم تطبيق هذا المبدأ لتصميم جهاز مناسب لاختبار عينات صغيرة الحجم (مثل أسلاك قطرها أقل من 1 mm) عند نصف قطر انحناء صغير ($\cong 5\text{mm}$) ولتقديم على وجه التحديد العلاقة بين حجم صغير و انحناء الحركة. تؤكد هذه المقالة على قدرات هذا الجهاز الجديد وتحقق من صحته عن طريق إجراء وتحليل الاختبارات على عينات مصنوعة من مواد معروفة .

أهمية البحث وأهدافه

الهدف من البحث:

يهدف البحث الى تحديد قيم معامل المرونة تجريبيا باستخدام جهاز مخبري ومقارنتها مع القيم الناتجة تحليليا وحساب الخطأ الناتج عن القياس.

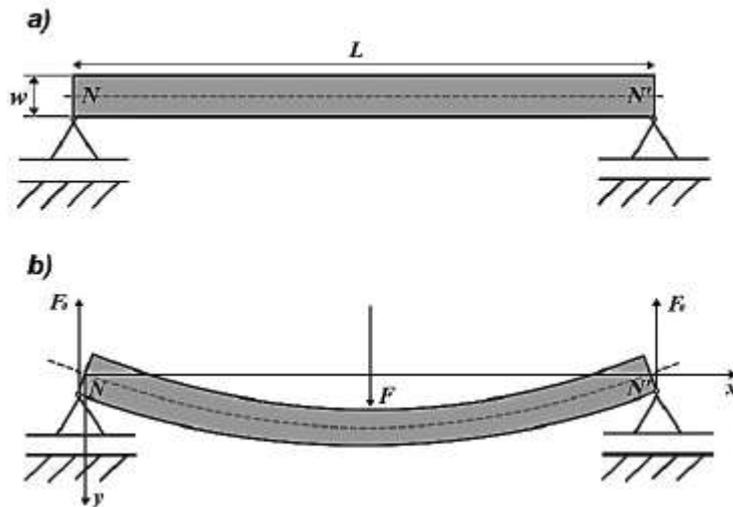
منهجية البحث:

تمت الدراسة بتصميم جهاز مخبري لتحديد معامل المرونة عن طريق انحناء العينات وتم اجراء تحديد تجريبي لمعامل المرونة وذلك بقياس انحراف العينات تحت تأثير الحمل الثابت.

الطراز الميكانيكي للجهاز:

لنفترض أن قضيب يوضع على مسندين، كما هو موضح في الشكل (1-a)، مع وجود قوة F تؤثر في منتصف القضيب وتوجه عمودياً لأسفل. تحت تأثير هذه القوة ، ينحني القضيب (الشكل 1-b). قبل وبعد التشوه، تظل

الحالة في جميع المقاطع العرضية الرأسية للقضيب موازية لطولها كما هي؛ وهكذا، تصبح الصورة الكاملة للحالة الانفعالية الجارية داخل القضيب "مسقطة" على مستوى الرسم. يتم انحناء الخطوط الأفقية الموازية لمحور القضيب بعد الانحناء يحدث تغير في أطوال كل هذه الخطوط ، باستثناء الخطوط الموجودة على مستوى التماثل ، والتي تتحني من دون تغيير طولها . أخيراً، تشكل الخطوط سطحاً محايداً وعلى الرسم يتم عرض كل الخطوط على الخط NN ، أي الخط المحايد . أخيراً ، الخطوط المتوازية لارتفاع القضيب لا تغير طولها ، ولكنها تغير اتجاهها بينما تبقى طبيعية إلى الخط المحايد (المنحني).

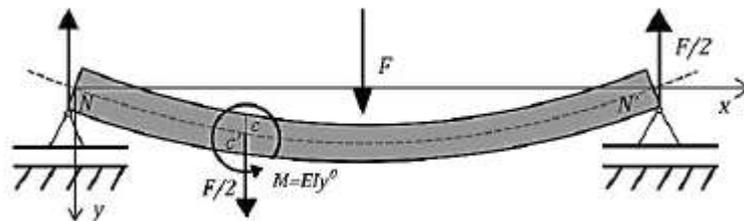


الشكل (1): قضيب متوازن على مسندين بسيطين محمل من قبل القوة F

لنفترض أن القضيب يتوضع فقط على مسندين . عند نقطة الاتصال بين القضيب و كل مسند ، يظهر بعض توزيع الاجهاد ، والذي يمكن استبداله بالقوة الناتجة (التي يؤثر بها المسند على القضيب) وزوجين من القوى وبما أن النظام متناظر ، فيمكن استنتاج أن القوى الناتجة عند المسندين يجب أن تكون متساوية ، في حين أن الأزواج يكونان متعاكسين . بما أن القضيب متوازن ، فإن مجموع القوى الخارجية التي تعمل عليه يبقى صفراً وبالتالي يجب أن تكون القوة في المسندين تساوي:

$$\vec{F}_0 = -\frac{\vec{F}}{2} \quad (1)$$

نلاحظ من الشكل 2 بأخذ المقطع العرضي CC الأقرب الى المسند الأيسر بأن الجزء من القضيب بين المسند الأيسر والمقطع العرضي CC في حالة توازن . وبالتالي يجب أن يكون التأثير الكلي للقوة الخارجية والمحصلة الكلية للقوى الخارجية مساويا للصفـر .



الشكل (2) جزء من قضيب بعد الانحناء

تظهر على الطرف الأيسر للجزء المرصود من القضيب ، تظهر القوى الخارجية كنتيجة للتفاعل مع المسند وكما ذكرنا ، نوفر قوة كاملة من $F / 2$ موجة للأعلى والزوجين من القوة الصفرية .يتأثر الطرف الأيمن للجزء المرصود من القضيب ، بالقوى المرنة وهذه القوى، للجزء المرصود من القضيب، خارجية.

من الواضح أن القوة المرنة الإجمالية عند الطرف الأيمن المرصود من القضيب ستكون مساوية لقيمة $F / 2$ وأنه سيتم توجيهها إلى الأسفل بالنسبة لنا، مما يدل على أنه في مستوى المقطع العرضي، ستظهر قوى عرضية للقصر، وأنه سيتم توجيههم إلى الأسفل .تحليل هذه القوى ليس ذا أهمية لنا في الوقت الحالي ذا أهمية ، بصرف النظر عن حقيقة أنها ، إلى جانب قوى الدعم (ردود الأفعال)، تشكل زوجين $F = x / 2$ ، بينما x هي مسافة المستوى CC من المسند .يميل هذا الزوج إلى تحويل الجزء المرصود من القضيب في اتجاه عقارب الساعة .ما يهم هنا هو أن القوى المرنة على الطرف الأيمن من القضيب تشكل قوتان عبارة عن العزم الآتي:

$$M_e = E \cdot I \cdot y'' \quad (2)$$

الذي يوازن بين الزوجين $Fx / 2$ المذكورين ويميل إلى تدوير القضيب في الاتجاه المعاكس لعقارب الساعة (حيث يتم ضغط الأجزاء العلوية من القضيب وتطويل الأجزاء السفلية) ، مما يؤدي بنا إلى:

$$EIy'' = -\frac{Fx}{2} \quad (3)$$

من ذلك:

$$y'' = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (4)$$

من خلال مكاملة هذه المعادلة بـ x نجد:

$$y'(x) = -\frac{Fx}{4 \cdot E \cdot I} + y'_0 \quad (5)$$

بينما:

$$y' = \frac{dy}{dx} \quad (6)$$

$$y'_0 = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} \quad (7)$$

y'_0 هو المشتق الأول عند النقطة $x = 0$. هذا المشتق غير معروف ، ولكن من المعروف أنه بسبب تناظر الشكل، يجب أن يكون المشتق الأول مساوياً للصفر عند النقطة $x = L / 2$ نستنتج منها ما يلي:

$$y'_0 = \frac{F \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I} \quad (8)$$

هذا يعني

$$y'(x) = \frac{F}{4 \cdot E \cdot I} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right) \quad (9)$$

من خلال مكاملة $y'(x)$ بواسطة x نجد أن:

$$y(x) = \frac{F}{4 \cdot E \cdot I} \left(\frac{L^2}{4} \cdot x - \frac{x^3}{3} \right) + y_0 \quad (10)$$

لذلك، أن y_0 هو انحناء القضيب عند دعامة اليسار، أي من أجل $x = 0$ هذا الانحناء هو $y_0 = 0$ ، مما يسمح لنا بإيجاد معادلة الانحناء:

$$y(x) = \frac{F_x}{48 \cdot E \cdot I} (3 \cdot L^2 - 4 \cdot x^2) \quad (11)$$

لذلك ، فإن الانحناء f ، أي انحناء القضيب عند نقطة الوسط ، حيث $x = L / 2$ يصبح:

$$f = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \quad (12)$$

في حين f : الانحراف (mm) ، $-F$: قوة الانحناء (N) ، L : المسافة بين الدعامات (mm) ، E : معامل المرونة (MPa) و I : عزم العطالة المحوري (mm^4).

يمكننا من المعادلة لحساب الانحراف، أن نستنتج أن معامل المرونة هي:

$$E = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot f} \quad (13)$$

يمكن أيضا الحصول على هذه العلاقة بطرق عدة أهمها حسب علاقة كاستيليانو أو تكامل مور أو بطريقة ضرب المخططات والمذكورة في المرجع [16].

تم تطبيق هذه الصيغة على مجال التشوهات المرنة التي يمكن تعريفها حسب شرط المتانة على الانعطاف:

$$\sigma = \frac{M_f}{W} \leq \sigma_e \quad (14)$$

في حين σ : الإجهاد (MPa) ، W : عزم المقاومة القطبي للمقطع العرضي (mm^3) ، σ_e : حد المرونة (الإجهاد المقابل لحد المرونة) (MPa).

3-وصف تصميم الجهاز

يوضح الشكل (3) نموذج لجهاز اختبار معامل المرونة.



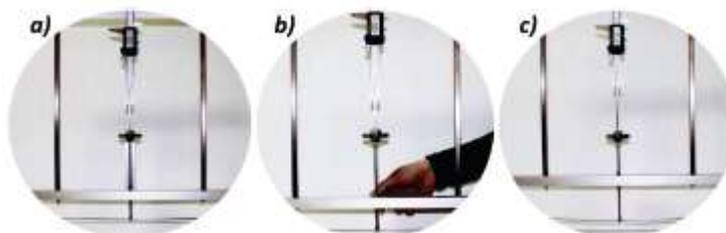
الشكل (3) نموذج CAD للجهاز لتحليل معامل المرونة

تم بناء هذا الجهاز من الألمنيوم والصلب الهيكلي. أبعاد الجهاز هي $1000 \times 500 \times 100 \text{mm}$ ، في حين أن كتلة الجهاز أقل من 5kg . لا يمكن تفكيك الجهاز. يبلغ قطر عينات الاختبار 3mm ، وطولها 1000mm . يتم قياس الانعكاس بواسطة المسمار الرقمي ، مع نطاق قياس $0 \div 150 \text{mm}$ ودقة 0.01mm . العناصر الأساسية للمعدات هي جهاز القياس (caliper الرقمي) والوزن الذي يؤثر على العينة التي تم تحليلها عن طريق الاسطوانة بقطر 5mm . ويكون الاتصال بين الوزن والمواد التي تم تحليلها والتي يتم تحليلها عند نقطة معينة ، أي أن الحمولة مركزة ، في حين أن المادة التي تم تحليلها تعتمد على المسندين التي المسافة بين المسندين 960mm . يتم وضع الوزن في منتصف المسافة بين اثنين من المساند. في البداية، يجعل الوزن الاتصال مع العينة التي تم تحليلها، أي أن الاتصال يتم دون نقل الوزن على العينة، والذي يتحقق باستخدام الرقاقة الشكل (4). بعد وضع عينة الاختبار والرقاقة ، يتم تثبيت المسمار في الجانب الخلفي من الجهاز ، والذي سيمنع حركة الوزن ، أي ، تأمينه في موضعه الأولي، الوضعية صفر (الشكل 5-a). ثم يتم تحديد حالة الوزن باستخدام caliper. عندما يقوم الجزء العلوي من المسمار بالتواصل مع دليل الوزن ، يقوم الجهاز "بإعادة التعيين" ويفترض أن هذا الموقع كنقطة مرجعية أولية (الشكل 5-a). لقد تم قياس كتلة الوزن سابقاً وتساوي $018 \text{gr} \cdot 152$.



شكل (4): يمثل الشكل الأولي مع الرقاقة

عن طريق فك المسمار من الجانب الخلفي للجهاز ، يبدأ الوزن في التحرك ويبدأ الانحناء من أجزاء العينة. بعد التثبيت ، يتم تأمين موضع الوزن عبر المسمار في الجانب الخلفي للجهاز (الشكل 5-b)



الشكل (5-a) إعادة ضبط الجهاز والشكل 5b التلاعب في المسمار والشكل 5c لقياس الانحراف

لتحديد موضع الوزن عن طريق تحريك المسمار إلى نقطة التلامس مع دليل الوزن ، يتم تحديد قيمة الانحراف تحت الحمل المحدد (الشكل 5-c). من السهل حساب المعطيات المرنة اعتماداً على القيمة المقاسة للانحراف ، وخصائص التصميم المعروفة للجهاز (المسافة بين المساند) والأبعاد المعروفة للمادة التي يتم تحليلها (قطر عينة الاختبار).

4 - نتائج قياس معامل المرونة وتحليل أخطاء القياس

4.1 - نتائج قياس معامل المرونة

تم احتساب قيمة معامل المرونة باستخدام المعادلة (13). لتحديد انحراف الحزمة، وضعت على اثنين من المساند مع حمولة مركزة متناظرة. تم استخدام الجهاز المصمم والمشيد لإجراء قياس لمعيار المرونة لعينات الاختبار المصنوعة من الفولاذ 10-18X5CrNi مطلي بالكروم. تم اختبار الجهاز، وتظهر نتائج 12 قياس في الجدول (1).

النتائج والمناقشة

جدول النتائج

Number of experiment	Elastic modulus E , MPa
1	200 732,685
2	192 730,239
3	199 746,711
4	192 515,558
5	195 068,670
6	195 565,309
7	195 897,809
8	195 731,418
9	196 846,062
10	192 891,565
11	204 231,423
12	194 848,751
Average value of the elastic modulus	196 400,517

نوضح هنا البيانات الأولية لأحد القياسات التي تم تنفيذها:

$$L = 960 \text{ mm}$$

$$d = 3 \text{ mm}$$

$$m = 0.152 \text{ kg}$$

$$f = 35.01 \text{ mm}$$

الحد المرن من الفولاذ المقاوم للصدأ X5CrNi18-10 عالي الجودة والذي تمت

مناقشته في هذه الورقة.

استناداً إلى البيانات المذكورة سابقاً، يمكن حساب قوة الانحناء عبر:

$$F = m \cdot g = 1,491 \text{ N} \quad (15)$$

عزم العطالة للمقطع العرضي الدائري تساوي:

$$I = \frac{d^4 \cdot \pi}{64} = 3,976 \text{ mm}^4 \quad (16)$$

من المعادلة (13). لحساب الانحراف ، ويترتب على ذلك أن معامل المرونة يساوي

$$E = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot f} = 197\,520,9 \text{ MPa} \quad (17)$$

يتم التحقق من الحد الأقصى للضغط المحقق بواسطة الصيغة:

$$\sigma = \frac{M_f}{W} = \frac{\frac{F}{2} \cdot \frac{L}{2}}{\frac{d^3 \cdot \pi}{16}} = \frac{16 \cdot F \cdot L}{4 \cdot d^3 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 1,491 \cdot 960}{d^3 \cdot \pi} \quad (18)$$

$$\sigma = 67,512 \text{ MPa}$$

استناداً إلى خصائص المادة ، يمكن الاستنتاج أن الحد الأقصى للضغط أقل من الضغط المسموح به ، وهو:

$$\sigma = \frac{M_f}{W} \leq \sigma_e \Rightarrow 67,512 \text{ MPa} < 190 \text{ MPa} \quad (19)$$

القيمة المتوسطة التي تم الحصول عليها من معامل المرونة الجدول (1) قريبة جداً من القيمة النظرية للمواد

التي تم تحليلها . الفرق بين القيمة التي تم الحصول عليها والقيمة النظرية 1937022.447Mpa وذلك (وفقاً لمعايير)

ASTM يساوي فقط 1.393% .

4.2- تحليل أخطاء القياس

بدءاً من المعادلات (13) و (16) يمكن التعبير عن معامل المرونة على النحو التالي:

$$E = \frac{64 \cdot F \cdot L^3}{48 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot f} \quad (20)$$

يمكن من المعادلة السابقة استنتاج أن معامل المرونة يمثل وظيفة القوة والطول والقطر والانحراف.

$$E = \Phi(F, L, d, f) \quad (21)$$

بناءً على معادلة GAUSS الموسعة ، يمكن حساب خطأ القياس

$$W_E = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial F} \right)^2 \cdot W_F^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial L} \right)^2 \cdot W_L^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial d} \right)^2 \cdot W_d^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial f} \right)^2 \cdot W_f^2 \right]} \quad (22)$$

حيث - WF : خطأ في القوة، - WL : خطأ في الطول، - Wd : خطأ في القطر، - Wf : خطأ في الانحراف. يظهر في الشكل (6) المقطع العرضي للجهاز ، في حين أنه تم إظهار التفاصيل في الأشكال (7,8,9) المميزة من جانب مصدر أخطاء القياس.

نلاحظ من الشكل (7) الذي يوضح تأثير الزاوية على قيمة القوة المحققة .في الحالة المثالية ، وذلك عندما تكون $\alpha = 0$ ، فإن القوة F تساوي:

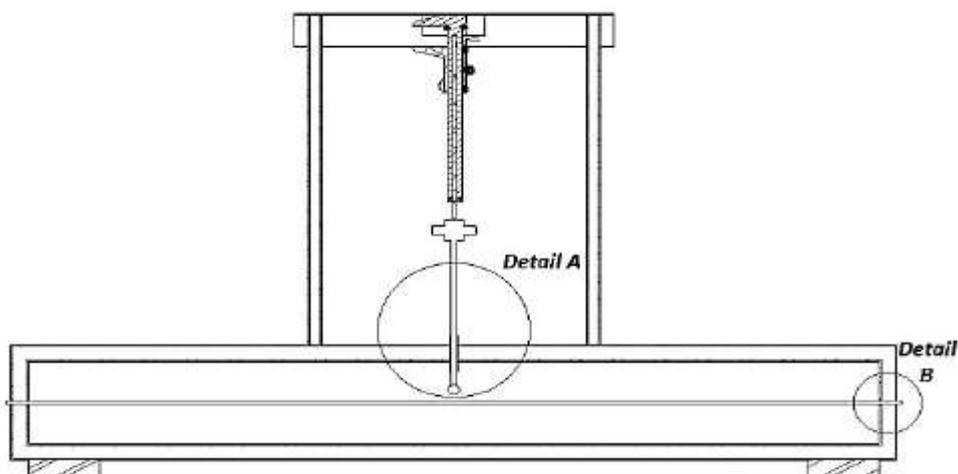
$$F_i = m \cdot g \quad (23)$$

في حالة الدوران ($\alpha > 0$) ، عندما لا يتم تسوية النظام ، لدينا:

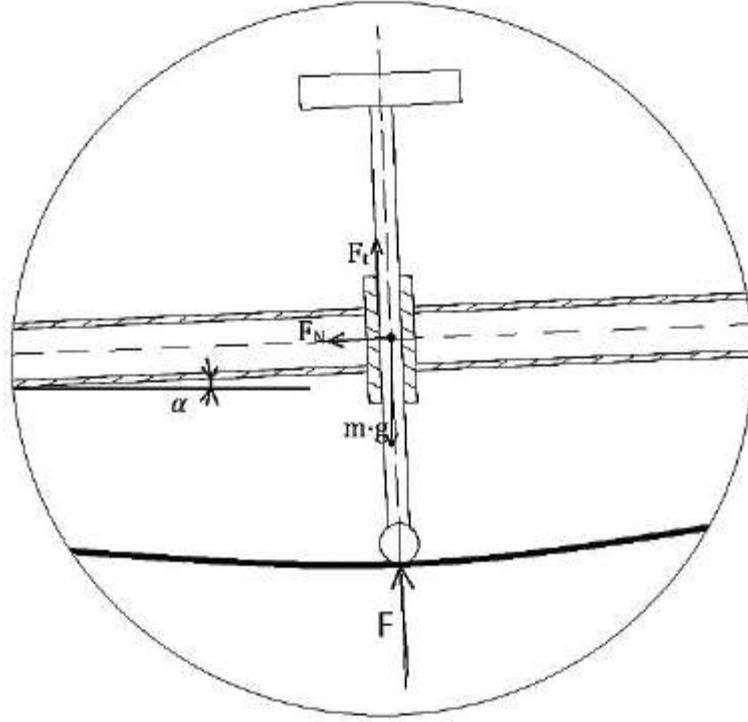
$$F_{st} = m \cdot g \cdot \cos \alpha - F_t = m \cdot g \cdot \cos \alpha - F_N \cdot \mu \quad (24)$$

that is:

$$\begin{aligned} F_{st} &= m \cdot g \cdot \cos \alpha - m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \mu \\ F_{st} &= m \cdot g \cdot (\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha) \end{aligned} \quad (25)$$

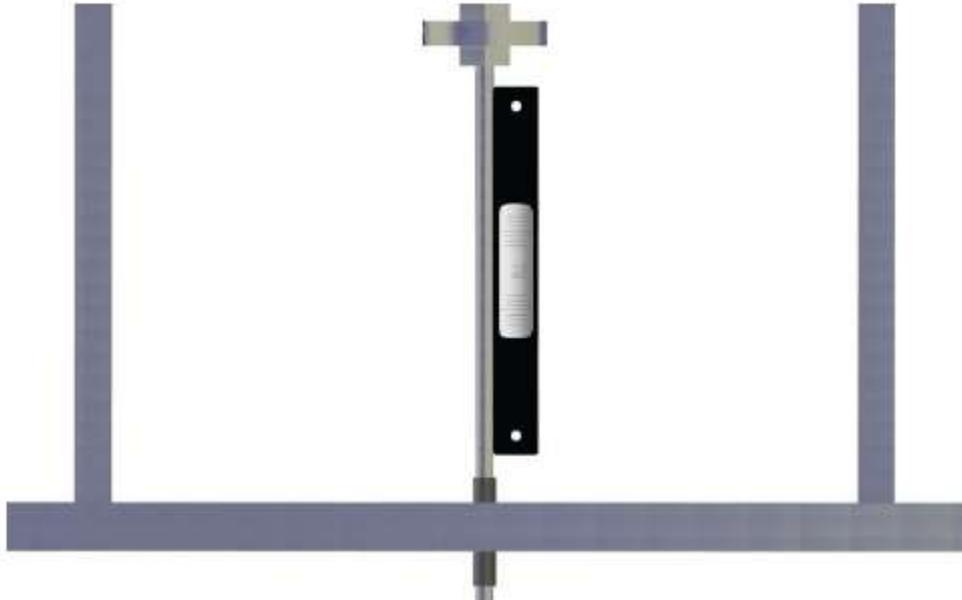


الشكل (6) المقطع العرضي للجهاز التعليمي



الشكل (7): أثر الخطأ في زاوية التسوية على قيمة القوة المحققة

يجب من أجل تجاهل تأثير مكان قوة الاحتكاك ، إجراء تسوية الجهاز . لا ينبغي إجراء الاستواء للمساند، ولكن في منطقة القضيب، بين الوزن والفجوة، كما هو موضح في الشكل (8) بمساعدة مستوى أخصائي الأدوات ، نضع القضيب تحت زاوية 90° .



الشكل (8): التسوية

التحليل هو كما يلي:

$$m=0.152 \text{ kg}$$

كتلة من الوزن:

$$F_i = m \cdot g = 1,491 \text{ N}$$

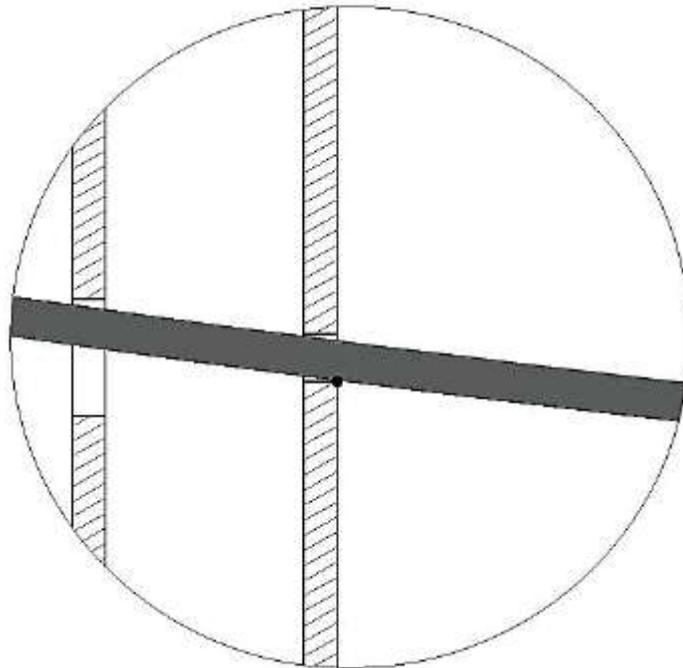
$$F_{st} = m \cdot g \cdot (\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha) =$$

$$= 1,491 \cdot (\cos 0,5 - 0,1 \cdot \sin 0,5) = 1,490 \text{ N}$$

$$W_F = F_i - F_{st} = 1,491 - 1,490 = 0,001 \text{ N}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial F} = \frac{\partial \left(\frac{64 \cdot L^3 \cdot F}{48 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot f} \right)}{\partial F} = \frac{64 \cdot L^3}{48 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot f} \quad (26)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial F} = \frac{64 \cdot 960^3}{48 \cdot \pi \cdot 3^4 \cdot 35} = 132 \, 449,207$$



الشكل(9): اتصال حافة الفجوة مع السلك

بناء على الشكل (9)، نلاحظ أن الاتصال يتم في نقطة على الدعامات. لأن الاتصال تم في هذه النقطة، لدينا الانحناء الصافي دون انزلاق. الإجهاد هو الأعلى عند هذه النقطة، ويتم تجميعه على العرض التقديري 0.1 mm من حيث البناء، تم اختيار مسافة عالية بين الدعامات من أجل تقليل الخطأ النسبي. الخطأ الناتج عن طول المسافة يساوي:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L} = \frac{\partial \left(\frac{64 \cdot L^3 \cdot F}{48 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot f} \right)}{\partial L} = \frac{64 \cdot 3 \cdot L^2 \cdot F}{48 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot f} \quad (27)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial F} = \frac{64 \cdot 3 \cdot 960^3 \cdot 1,491}{48 \cdot \pi \cdot 3^4 \cdot 35} = 617,253$$

بينما $W_i = 0.1 \text{ mm}$

الخطأ المعتمد على قطر عينة الاختبار الذي يؤثر على قيمة عزم العطالة $W_d = 0.02 \text{ m mm}$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial d} = \frac{\partial \left(\frac{64 \cdot L^3 \cdot F}{48 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot f} \right)}{\partial d} = -\frac{256 \cdot L^3 \cdot F}{48 \cdot \pi \cdot d^5 \cdot f} \quad (28)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial d} = -\frac{256 \cdot 960^3 \cdot 1,491}{48 \cdot \pi \cdot 3^5 \cdot 35} = -263,361,121$$

يرتبط الخطأ في قياس الانحراف إلى الخطأ من المسمار، ويبلغ نطاق القياس من 0 إلى 150 mm مع هامش

خطأ يساوي 0.01 mm، مما يؤدي إلى $W_f = 0.01 \text{ mm}$:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f} = \frac{\partial \left(\frac{64 \cdot L^3 \cdot F}{48 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot f} \right)}{\partial f} = -\frac{64 \cdot L^3 \cdot F}{48 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot f^2} \quad (29)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f} = -\frac{256 \cdot 960^3 \cdot 1,491}{48 \cdot \pi \cdot 3^4 \cdot 35^2} = -5643,451$$

وأخيراً، فإن الخطأ الكلي خلال حساب معامل المرونة يساوي:

$$W_E = \sqrt{132,449,207^2 \cdot 0,001^2 + 617,253^2 \cdot 0,1^2 + (-263,361,121)^2 \cdot 0,02^2 + (-5643,451)^2 \cdot 0,01^2}$$

$$W_E = 5271,863, \text{ respectively } 2,669 \%$$

- المناقشة

تعتمد الطرق التقليدية لتحديد معامل المرونة على اكتساب قيمة معامل المرونة باستخدام مخطط الخفاف وملاحظة استطالة المادة التي تم أخذ عينات منها باستخدام مقياس الاستطالة هذه العمليات أكثر تعقيداً وتؤدي إلى أخطاء أكبر.

في حالة الجهاز الذي ناقشه، يتم استخدام المنحنى المرن للعارضة من أجل الحصول على العلاقة النظرية كتابع للحمل الثابت، وعزم مقاومة المقطع والمسافة الثابتة بين المسندين، وعلى هذا الأساس يكون معامل المرونة محدد. تتمثل ميزة هذه الطريقة في الدقة المحققة في قياس 0.01 mm، عندما يكون الانحراف المقاس

$f = 35 \text{ mm}$ المسافة بين المساند 960 mm مكننت من قياس القيم العالية للانحراف. وقد تم قياس هذه القيمة على جهاز قياس الإحداثيات، حيث يكون الانحراف المتوقع بسبب التحول في مقاومة المساند الناتجة يساوي 0.1 mm . يمكننا الجهاز الحالي من تجاهل تأثير الاحتكاك، من خلال تسوية المساند وتسوية محور الحمل. يتم إنجاز قوة الحمل عبر الوزن المقاس على مقياس تحليلي دقيق بدقة 0.1000 kg . تشير نتائج القياس إلى أن الخطأ في القياس هو فقط 1.239% ، مع الأخذ بعين الاعتبار القيمة المحددة بمعيار ASTM للمواد التي تم تحليلها $X5CrNi18-10$ تم حساب أخطاء القياس من 2.669% باستخدام المعادلة (22) والذي يستند إلى قانون غاوس المعروف لتوزيع الخطأ. نتائج الاختبار متوافقة مع الخطأ المقدر الذي يساوي $WE = 5271,863 = 2.669\%$ وفقاً للمعادلة (22) أكبر من الخطأ الذي حدث أثناء اختبار الجهاز وهو من جانب نظرية الاحتمالات والإحصاء الرياضي، صحيح تماماً.

الاستنتاجات والتوصيات:

• تقدم الطريقة المعروضة قياساً دقيقاً لمعاملة المرونة. أخطاء القياس، فيما يتعلق بمعايير ASTM و ISO، تصل إلى حوالي 2% ، لذا يمكن الافتراض أن قيمة معامل المرونة المقاسة على الجهاز المصمم تظل كافية للقيمة النظرية لمعامل المرونة للمواد التي تم تحليلها.

• إجراء تحديد معامل المرونة يتم ببساطة اعتماداً على العلاقات النظرية وذلك عن طريق خفض الوزن بدون مصدر طاقة إضافي، نحدد معامل المرونة.

• من حيث البناء، تم اختيار مسافة كبيرة بين المسندين من أجل الحصول على قيم أعلى للانحراف وأقل خطأ نسبي ممكن.

• تتوفر بواسطة الحركة الرأسية للحمالة إلى الأسفل ومن خلال التسوية المناسبة، الشروط المسبقة التي تسمح لنا بتجاهل الاحتكاك في دليل حاملة الوزن.

• يمكن استناداً إلى الضغط المقاس، يمكن ملاحظة أن حد المرونة أقل بكثير من حد الإجهاد النظري للمادة التي تم فحصها، والذي يوفر الشرط للحفاظ على مجال التشوه في منطقة المرونة.

• نوصي بمتابعة الدراسات على مواد أخرى ومقارنة النتائج.

المراجع:

1. RADOVIC, E.; LARA-CURZIO, E.; RIESTER, L. *Comparison of different experimental techniques for determination of elastic properties of solids.* // Materials Science and Engineering: A. 368, 1-2(2004), 56-70.
2. AMBER, M. J.; COOKE, K. E.; MANN, A. B.; DERBY, B. *Accurate determination of Young's modulus and Poisson's ratio of thin films by a combination of acoustic microscopy and nanoindentation.* // Thin Solid Films. 398-399(2001), 299-305.
3. RHO, J. Y.; ASHMAN, R. B.; CHARLES, H. T. *Young's modulus of trabecular and cortical bone material: Ultrasonic and microtensile measurements.* // Journal of Biomechanics. 26, 2(1993), 111-119.

4. KIESEWETTER, L.; ZHANG, J-M. *Determination of Young's moduli of micromechanical thin films using the resonance method.* // Sensors and Actuators A: Physical. 35, 2(1992), 153-159.
5. MOTRA, H. B.; HILDEBRAND, J.; DIMMIG-OSBURG, A. *Assessment of strain measurement techniques to characterize mechanical properties of structural steel.* // Engineering Science and Technology, an International Journal. 17, 4(2014), 260-269.
6. MIRABEL, E.; REAL, E. *On the calculation of deflections in structural stainless steel beams: an experimental and numerical investigation.* // Journal of Constructional Steel Research. 54, 1(2000), 109-133.
7. OLIVER, W. C.; PHARR, G. M. *Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology.* // Journal of Materials Research. 19, 1(2004), 3-20.
8. KVETAN, K.; BUČÁNY, M.; BOŠÁK, O.; KUBLIHA, M.; KOTIANOVÁ, J. *Measuring of Young's modulus of thin samples using the quick bending vibrations of Searle's pendulum.* // ActaMechatronica - International Scientific Journal about Mechatronics. 1, 2(2016), 1-5.
9. OHTSUKI, A. *A new measuring method of Young's modulus for flexible materials.* // SEM annual conference and exposition on experimental and applied mechanics, Proceedings of the 2005 SEM annual conference / Portland, 2005, 113(1)-113(8).
10. TOHMYOH, H.; AKANDA, M. A. S.; TAKEDA, H.; SAKA M. *Determination of elastic-plastic properties of metallic thin wires by small-span bending test.* // Glass, Inverse Problems, History of Fracture Mechanics And Fatigue, Ice Mechanics and Ice Structures Interaction, Proceedings of the ICF12, Ottawa, 2009, 1-6.
11. FICKER, T. *Young's modulus of elasticity in student laboratories.* // Physics Education. 34, 6(1999), 376.
12. PACHECO Q. M. E.; PINA, E. *The elastic rod.* //Revisit Mexicana de Física E. 53, 2(2007), 186-190.
13. BOWDEN, G. *Stretched wire mechanics.* // 8th International Workshop on Accelerator Alignment, Proceedings of the IWAA2004, Geneva, 2004, 1-9.
14. TOBUSHI, H.; FURUICHI, Y.; SAKURAGI, T.; SUGIMOTO, Y. *Bending fatigue properties of a super elastic thin tube and a high-elastic thin wire of TiNi alloy.* // Materials Transactions. 50, 8(2009), 2043-2049.
15. ANThERIEU, G.; CONNESSON, N.; FAVIER, D.; MOZER, P.; PAYAN, Y. *Principle and experimental validation of a new apparatus allowing large deformation in pure bending: Application to thin wire.* // Experimental Mechanics. 56, 3(2016), 475-482. <https://doi.org/10.1007/s11340-015-0102-5>